



«APM FGA»

Fluid and Gas Analysis

Анализ течений жидкостей и газов

РУКОВОДСТВО ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

APM FGA

Система анализа течений жидкостей и газов

Руководство Пользователя

Версия V17

Научно-технический центр «Автоматизированное Проектирование Машин»

141070, Россия, Московская область, г. Королёв, Октябрьский бульвар 14, оф. 6

тел./факс: +7 (498) 600-25-10, +7 (495) 514-84-19.

Наш адрес в Интернете: <http://www.apm.ru>, e-mail: com@apm.ru

Авторские права © 1989 – 2019 Научно-технический центр «Автоматизированное проектирование машин». Все права защищены. Все программные продукты НТЦ «АПМ» являются зарегистрированными торговыми марками центра. Названия и марки, упомянутые в данном руководстве, являются зарегистрированными торговыми марками их законных владельцев.

Содержание

Релиз APM FGA V14	4
Релиз APM FGA V15	5
Релиз APM FGA V16	6
Релиз APM FGA V17	7
Введение	8
Краткий обзор функциональных возможностей	9
Интерфейс	10
Активация интерфейса	10
APM Studio	10
APM Structure3D	10
Свойства течений и сред течений	10
APM Studio	11
APM Structure3D	13
Граничные и начальные условия	14
APM Studio	15
APM Structure3D	16
Параметры анализа	18
Вкладка Решатели СЛАУ	18
Вкладка Алгоритм	20
Вкладка Параметры сходимости	21
Вкладка Стабилизация сходимости	22
Вкладка Модели турбулентности	23
Вкладка Пористая среда	24
Вкладка Относительные условия	24
Вкладка Нестационарные опции	25
Вкладка Результаты	25
Вкладка FSI.....	26
Запуск анализа	28
APM Studio	28
APM Structure3D	28
Результаты анализа	30
Контурные карты результатов	32
Векторные карты результатов и линии тока.....	33
Дополнительные результаты и экспресс результаты	34
Односторонний FSI	36
Краткие теоретические сведения	39
Потенциальные течения	39
Фильтрация течений	39
Течения Навье-Стокса	40
Непрерывная постановка	40
Конечно-элементная постановка	43

Релиз APM FGA V14

1. Реализован анализ потенциальных течений, который позволяет рассчитывать поля скоростей и давлений идеальных течений (несжимаемых, изотермических, невязких).

2. Реализован анализ фильтрации течений в стационарной и нестационарной постановках для расчета полей давлений и скоростей течений через ортотропную пористую среду.

3. Реализован анализ течений Навье-Стокса для расчета полей давлений и скоростей вязких течений. Реализован в стационарной, несжимаемой, изотермической постановке с возможностью учета турбулизации потока в соответствии с алгебраической моделью турбулентности, основанной на гипотезе пути смешения Прандтля.

Релиз APM FGA V15

1. Реализованы термические течения, включая следующие процессы теплообмена:
 - теплопроводность,
 - конвективный теплообмен: адвективный перенос, вынужденная и свободная конвекция,
 - теплообмен излучением,
 - теплообмен смешанного типа.
2. Реализован алгоритм для моделирования процессов сопряженного теплообмена, основанный на взаимодействии полей температур на границах раздела агрегатных состояний жидкость/газ - твердое тело.
3. Реализован пользовательский интерфейс APM FGA на базе APM Structure3D.

Релиз APM FGA V16

1. Реализовано граничное условие "Расход", которое представлено в вариантах "объемного расхода" или "массового расхода" и может быть задано на поверхности в виде удельных или суммарных величин.

2. Реализован функционал "Подвижная стенка" в граничном условии "Скорость".

3. Добавлена возможность задания "нормальных/относительных условий".

4. Реализована возможность отрисовки векторных карт на узлах модели.

5. Ускорена процедура генерации граничных условий в APM Studio.

6. Реализован функционал для работы с результатами, в том числе и в процессе расчета; в частности, реализована возможность учета ранее полученных результатов в качестве исходных для вновь проводимого анализа течений Навье-Стокса.

7. Реализован расчет напряженно-деформированного состояния для твердых тел с использованием ранее полученных результатов анализа течений Навье-Стокса (полей давлений и/или температур) в качестве нагрузок.

Релиз APM FGA V17

1. Поддержка моделей для проведения анализов сопряженных типов жидкость/газ - твердое тело (FSI). Конечно-элементные модели, созданные, в том числе, для проведения любого FGA анализа могут содержать все типы элементов (пластины, стержни и т.п.). Наличие таких элементов никак не влияет на проведение FGA анализа, все элементы, кроме солюдов 1-го порядка с заданными свойствами течений, являются «фиктивными».
2. Односторонний FSI: конвертер результатов анализа течений Навье-Стокса (полей давлений и/или температур) в структурные нагрузки для дальнейших расчетов напряженно-деформированных состояний твердых тел.
3. Модели пористой среды в уравнениях Навье-Стокса.
4. Модель кинетической энергии турбулентности.
5. Дополнительные результаты, которые могут быть получены после проведения основного анализа течений Навье-Стокса (расход через выделенную поверхность, нагрузки на выделенной поверхности и пр.).
6. Представление векторных результатов анализов FGA в виде векторных полей и/или линий тока. Расширенная настройка опций карт.
7. Поддержка стабилизированного метода бисопряженных градиентов в качестве решателя СЛАУ на основе технологий CUDA.

Введение

Программный продукт APM FGA создан на базе модулей APM Structure3D и APM Studio и предназначен для анализа кинематических, динамических, тепловых, энергетических и силовых характеристик течений жидких и газовых сред, а также количественной и качественной оценки их влияния при проектировании ряда инженерно-технических объектов, таких как:

- гидравлическое и пневматическое оборудование различного назначения, системы автоматического управления, в которых жидкость или газ выступают в качестве рабочих сред;

- системы нагрева, охлаждения и вентиляции, в которых жидкость или газ выступают в качестве теплоносителей;

- объекты, которые подвергаются воздействиям ветровых потоков.

Доступны три типа анализа:

- анализ потенциальных течений; используется для расчета полей скоростей и давлений идеальных течений;

- анализ фильтрации течений; используется для расчета полей давлений и скоростей течений через ортотропную пористую среду; реализован в стационарной и нестационарной постановках;

- анализ течений Навье-Стокса; используется для расчета полей давлений и скоростей течений в ламинарной и турбулентной постановках.

Используемая в APM FGA конечно-элементная формулировка для каждого из типов анализа основана на базовых законах сохранения. Поддерживаемые типы конечных элементов - solid элементы первого порядка:

- 4-х узловой тетраэдр,
- 5-и узловая пирамида,
- 6-и узловая призма,
- 8-и узловой гексаэдр.

Результатами каждого из типов анализа являются:

- поля давлений (контурные карты),
- поля скоростей (контурные и векторные карты, линии тока).

Дополнительными результатами анализа течений Навье-Стокса, в зависимости от типа учитываемых мультифизических процессов, могут являться:

- градиенты, роторы, дивергенция скоростей,
- градиенты давлений, вязкие напряжения,
- температура, градиенты температур, тепловые потоки,
- кинетическая энергия турбулентности, диссипация турбулентности, турбулентная вязкость, турбулентная теплопроводность,

- плотность, вязкость, удельная теплоемкость, теплопроводность.

В зависимости от типа, результат анализа может быть представлен в виде статических контурных, векторных карт, линий тока, или в виде анимаций скалярных и векторных полей характеристик течений.

Краткий обзор функциональных возможностей

Функциональные возможности анализа течений Навье-Стокса.

- Изотропные модели пористых сред течений.
- Модели турбулентности:
 - алгебраическая, основанная на гипотезе пути смешения Прандтля,
 - однопараметрическая модель кинетической энергии.
- Процессы теплообмена:
 - теплопроводность
 - конвекция:
 - адвекция
 - вынужденная
 - свободная
 - излучение
 - смешанная
- Сопряженный теплообмен.
- Сопряженные задачи типа одностороннего FSI (Fluid Structure Interaction) - расчет напряженно-деформированного состояния для твердых тел с использованием ранее полученных результатов анализа течений Навье-Стокса (полей давлений и/или температур) в качестве нагрузок.

Свойствами течений могут являться:

- плотность,
- вязкость,
- удельная теплоемкость,
- теплопроводность.

Свойствами среды течений могут являться:

- пористость,
- проницаемость,
- сопротивление.

Граничными условиями могут быть:

- скорость,
- давление,
- расход,
- ускорение,
- турбулентность,
- температура,
- тепловой поток,
- тепловая конвекция,
- тепловая радиация.

Все свойства и граничные условия течений могут быть заданы в виде постоянных значений или переменных с помощью графиков, таблиц, функций относительно координат, температур, давлений.

Интерфейс

Активация интерфейса

APM Studio

Для активации элементов интерфейса системы анализа течений жидкостей и газов APM FGA, построенной на базе APM Studio, нужно вызвать диалоговое окно с помощью меню *Инструменты / Свойства приложения...* и на вкладке *Виды КЭ-анализа* установить опцию *Анализ течений жидкостей и газов (FGA)*. При активации станут доступными меню *FGA* и панель инструментов *FGA ГУ/НУ*.

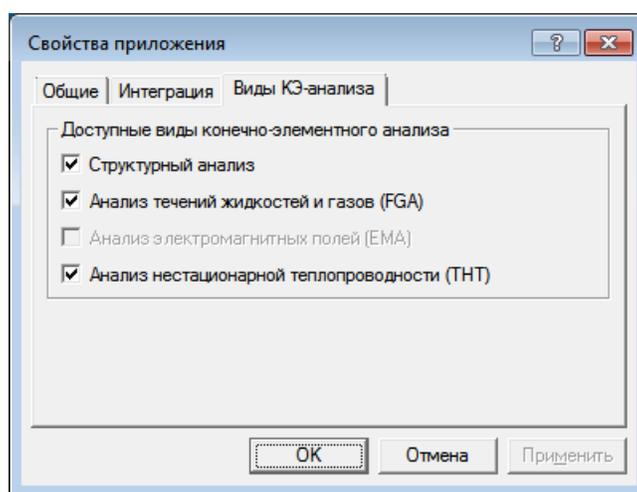


Рисунок 1 - Диалоговое окно *Свойства приложения* (вкладка *Виды КЭ-анализа*)

APM Structure3D

Все команды пользовательского интерфейса APM FGA, необходимые для задания свойств материалов, начальных и граничных условий, запуска анализа, находятся в дереве программы. Дерево программы по умолчанию не активно. Для его активации необходимо запустить две панели инструментов *Объекты* и *Свойства*.

Свойства течений и сред течений

Для анализа течений необходимо задать соответствующий набор свойств течений и сред течений в зависимости от типа проводимого анализа.

Свойствами течений для различных анализов могут являться: плотность, вязкость, теплопроводность, удельная теплоемкость, проницаемость среды, сопротивление среды, пористость среды, модуль упругости среды.

Свойства течений и сред течений могут быть заданы в виде *постоянного значения*, *графика*, *таблицы* или *функции* переменных в зависимости от типа постановки задачи.

Таблица 1 - Физические свойства течений и сред течений

свойство	единица измерения	способ задания	доступные независимые переменные - аргументы
Плотность (DENS)	кг/м ³	постоянное значение, график, таблица, функция	координаты x, y, z, давление (PRES), температура (TEMP)
Вязкость (VISC)	Па*с		координаты x, y, z, давление (PRES), температура (TEMP)
Удельная теплоемкость (SPHT)	Дж/(кг*К)		координаты x, y, z, температура (TEMP)
Теплопроводность (COND)	Вт/(м*К)		координаты x, y, z, температура (TEMP)
Проницаемость среды	1/м ²		координаты x, y, z
Соппротивление среды	1/м		координаты x, y, z
Пористость среды	-	постоянное значение	-
Модуль упругости среды	Па	постоянное значение	-

APM Studio

Выбор свойств доступен из диалогового окна *Материал*, которое можно вызвать, нажав кнопку  на панели инструментов *Управление*.

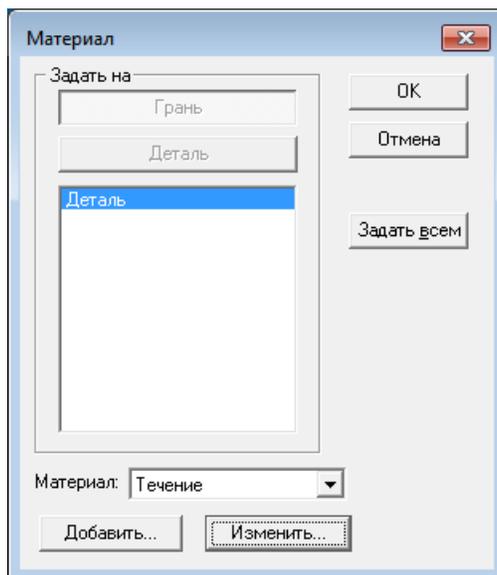


Рисунок 2 - Диалоговое окно *Материал*

В диалоговом окне *Материал* можно как создать новый материал (кнопка *Добавить...*), так и отредактировать существующий (кнопка *Изменить...*), любой из ранее созданных материалов можно выбрать из ниспадающего списка *Материал*, в котором

представлены имена всех существующих в проекте материалов. После нажатия кнопки *Добавить...* или кнопки *Изменить...* откроется диалоговое окно *Параметры материала*, в котором по кнопке *Свойства FGA* появится диалог *Дополнительные свойства материала*.

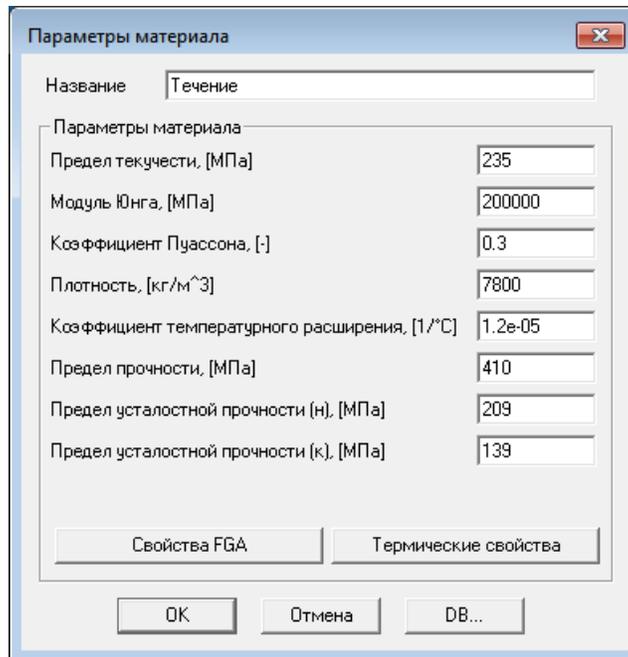


Рисунок 3 - Диалоговое окно *Параметры материала*

В появившемся диалоговом окне *Дополнительные свойства материала* свойства FGA становятся доступными для задания или редактирования с использованием *дерева* дополнительных свойств.

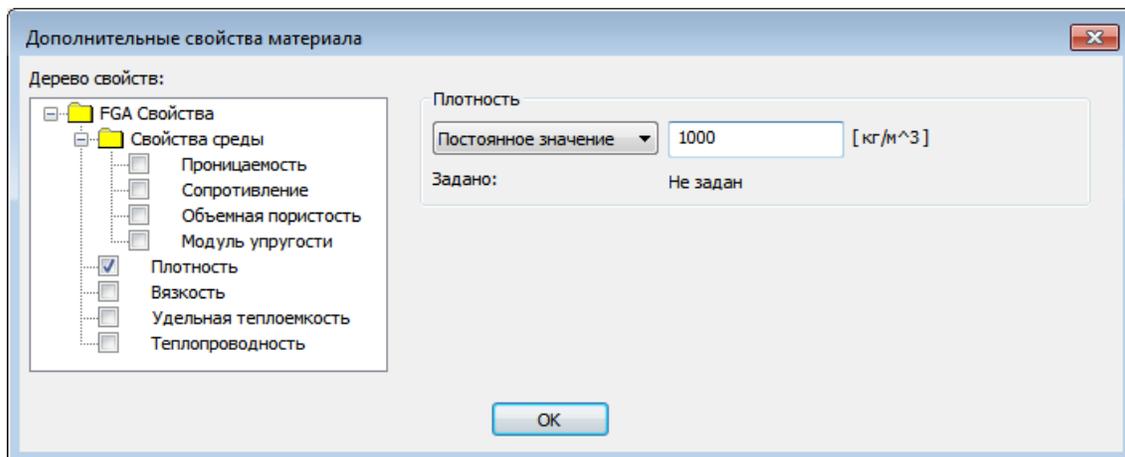


Рисунок 4 - Диалоговое окно *Дополнительные свойства материала*

Чтобы активировать свойства для задания нужно установить галочку соответствующего свойства.

APM Structure3D

Выбор данных свойств доступен:

- из диалогового окна *Свойства/Материалы...*;
- в дереве *Объекты* выбрать пункт *Материалы*, выбрать необходимый материал и нажать в контекстном меню кнопку *Изменить* или вызвав контекстное меню в пункте *Материалы* выбрать кнопку *Добавить*.

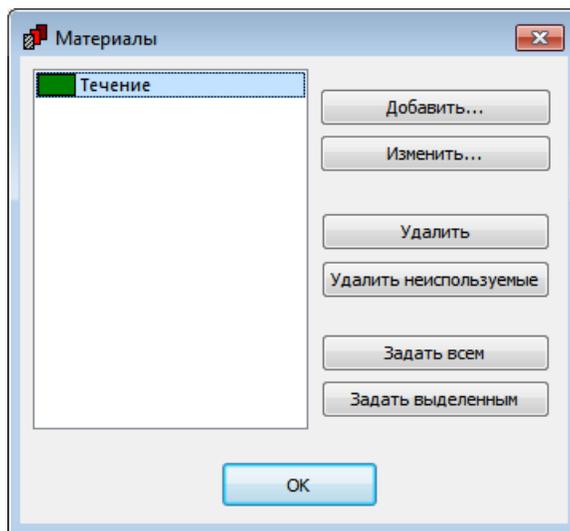


Рисунок 5 - Диалоговое окно *Материал*

В диалоговом окне *Материал* можно как создать новый материал (кнопка *Добавить...*), так и отредактировать существующий (кнопка *Изменить...*), любой из ранее созданных материалов можно выбрать из списка в диалоговом окне *Материал*, в котором представлены имена всех существующих в проекте материалов. После нажатия кнопки *Добавить...* или кнопки *Изменить...* откроется диалоговое окно *Выбор свойств материала*, в котором находятся *Текущие* и *Доступные* свойства материала. Перенеся набор свойств *Течение* в *Текущие* свойства появится диалог *Дополнительные свойства материала*.

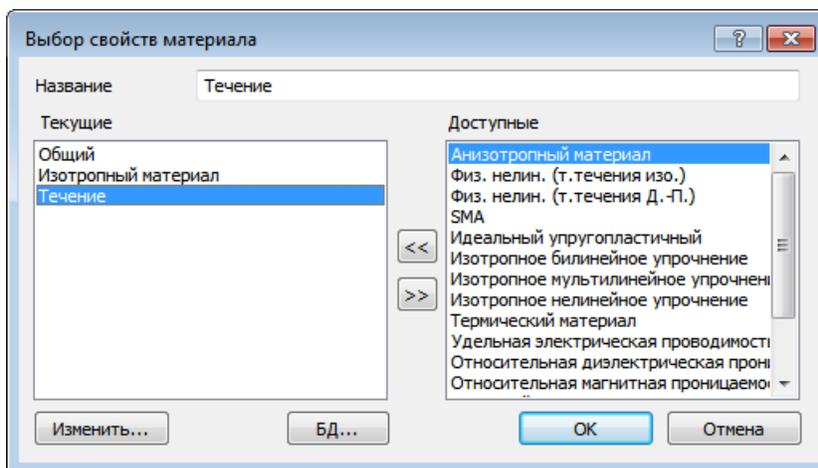


Рисунок 6 - Диалоговое окно *Выбор свойств Материала*

В появившемся диалоговом окне *Дополнительные свойства материала* задаются различные свойства течения. Свойства FGA становятся доступными для задания или редактирования с использованием *дерева* дополнительных свойств.

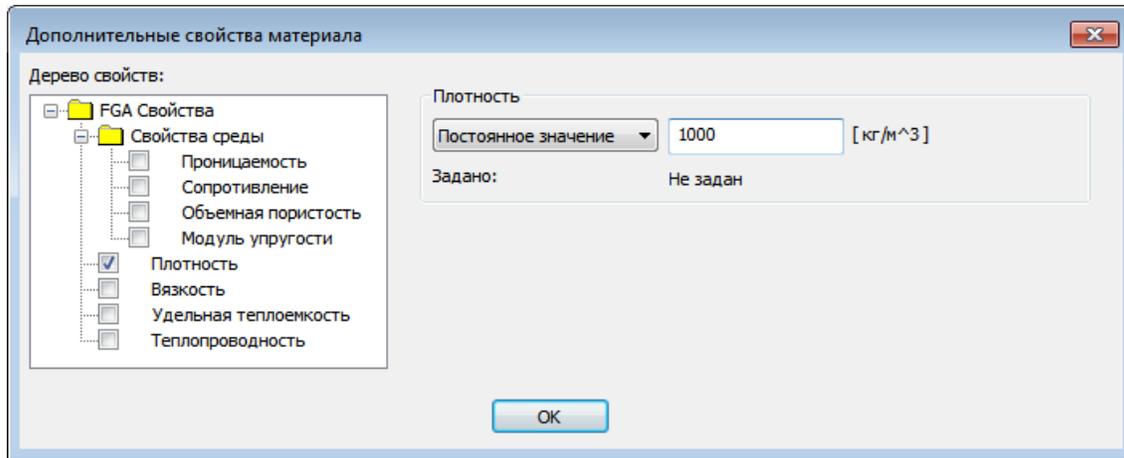


Рисунок 7 - Диалоговое окно *Дополнительные свойства материала*

Чтобы активировать свойства для задания нужно установить галочку соответствующего свойства.

Свойства FGA могут быть заданы в виде *постоянного значения, графика, таблицы* или *функции* переменных x , y , z , в зависимости от типа постановки задачи. Например, для нестационарного анализа фильтрации течений необходимо задание свойств: *плотность, проницаемость среды, модуль упругости среды*. Среда в общем случае представляется ортотропной, поэтому для моделирования течения в изотропной среде необходимо задать все три главных компоненты тензора проницаемости одинаковыми *постоянными значениями*.

Граничные и начальные условия

Граничными и начальными условиями для различных анализов течений являются:

- скорость (границы объемных элементов);
- давление (границы объемных элементов);
- расход (границы объемных элементов);
- ускорение (объемные элементы);
- потенциал скорости (границы объемных элементов);
- начальное давление (объемные элементы);
- турбулентность (границы объемных элементов);
- температура (границы объемных элементов);
- тепловой поток (границы объемных элементов);
- тепловая конвекция (границы объемных элементов);
- тепловая радиация (границы объемных элементов).

Граничные и начальные условия FGA могут быть заданы в виде *постоянного значения, графика, таблицы* или *функции* переменных в зависимости от типа постановки задачи.

Таблица 2 - ГУ/НУ течений

ГУ/НУ	единица измерения	способ задания	доступные независимые переменные - аргументы
Скорость (VELX, VELY, VELZ)	м/с	постоянное значение, график, таблица, функция	координаты x, y, z
Давление (PRES)	Па		координаты x, y, z
Расход (FR) - удельный объемный - удельный массовый - суммарный объемный - суммарный массовый	м/с кг/(м ² *с) м ³ /с кг/с		координаты x, y, z
Ускорение (ACCELX, ACCELY, ACCELZ)	м/с ²		координаты x, y, z
Турбулентность (TURB) - кинетическая энергия т. (ТКЕ) - диссипация т. (TDR) - интенсивность - отношение вязкостей - масштаб длины	м ² /с ² м ² /с ³ - - м	постоянное значение	-
Температура (TEMP)	К	постоянное значение, график, таблица, функция	координаты x, y, z
Тепловой поток (HF)	Вт/м ²		координаты x, y, z, температура (TEMP)
Тепловая конвекция (HC) - коэффициент теплоотдачи - температура окруж. среды	Вт/(м ² *К) К		координаты x, y, z, температура (TEMP)
Тепловая радиация (HR) - степень черноты - температура окруж. среды	- К		координаты x, y, z, температура (TEMP)

APM Studio

Граничные и начальные условия доступны на панели инструментов FGA ГУ/НУ.

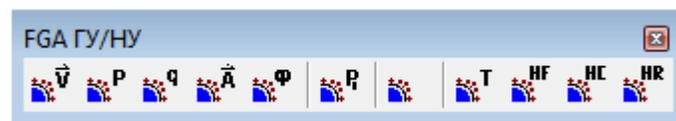


Рисунок 8 - Панель инструментов FGA ГУ/НУ

Рассмотрим задание ГУ на примере *скорости течения*.

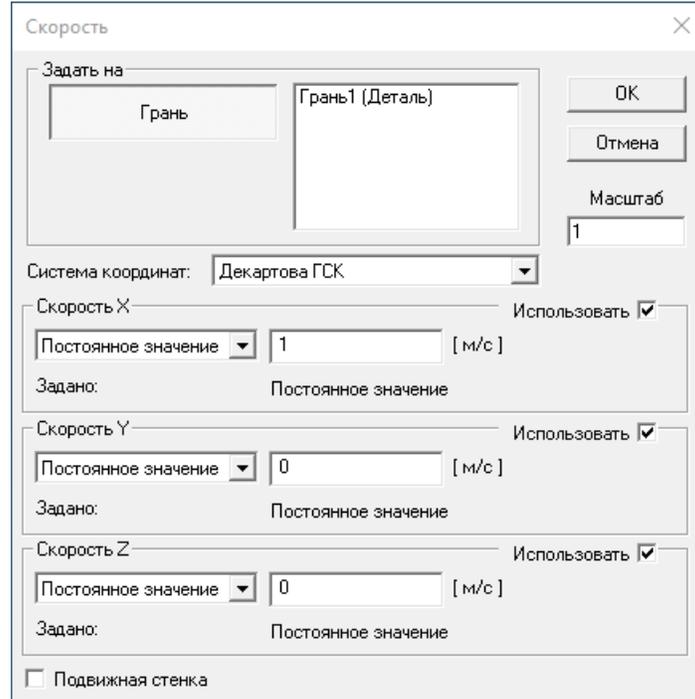


Рисунок 9 - Диалоговое окно *Скорость течения*

Тип граничного условия определяется автоматически в зависимости от заданных компонент вектора:

- если необходимо задать граничное условие в виде потока через поверхность модели (вход, выход), все компоненты вектора скорости течения должны быть заданы и хотя бы одна из них ненулевая.

- если необходимо задать граничное условие потока на стенке модели (слипание), все компоненты вектора скорости течения должны быть заданы нулевыми постоянными значениями.

- если необходимо задать граничное условие течения в виде условия симметрии, задаются одна или две компоненты нулевыми значениями, оставшиеся вычисляются в процессе анализа.

APM Structure3D

Граничные и начальные условия доступны в дереве программы (панель инструментов *Объекты/Нагрузки/FGA ГУ/НУ*).

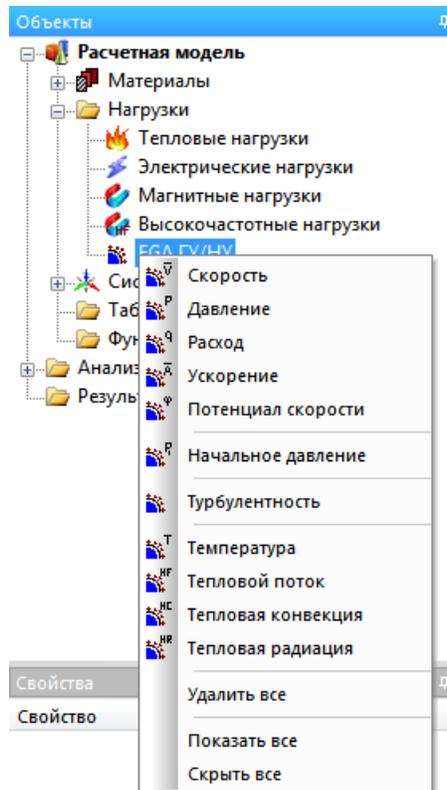


Рисунок 10 - Граничные и начальные условия

Рассмотрим задание ГУ на примере *скорости течения*.

Для определения поверхности, на которой будет задана скорость, необходимо выделить объемные элементы и соответствующие узлы объемных элементов, совокупно описывающие эту поверхность, и нажать *Применить*.

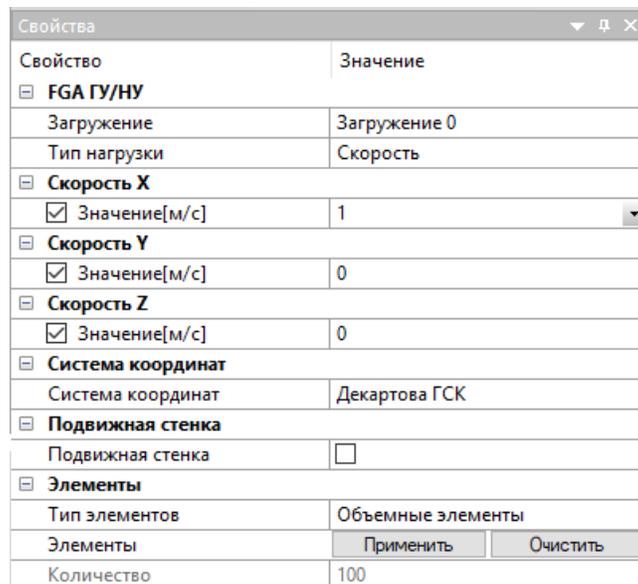


Рисунок 11 - Скорость течения в панели инструментов Свойства

Параметры анализа

Для задания параметров анализа необходимо:

- в ARM Studio выбрать команду *FGA/Параметры расчета...*
- в ARM Structure3D в дереве *Анализ/FGA* выбрать тип анализа и нажать кнопку *Редактировать* параметры анализа.

Диалоговое окно *Параметры анализа* содержит в себе 10 вкладок:

- *решатели СЛАУ*;
- *алгоритм*;
- *параметры сходимости*;
- *стабилизация сходимости*;
- *нестационарные опции*;
- *модели турбулентности*;
- *пористая среда*;
- *относительные условия*;
- *результаты*;
- *FSI*.

Вкладка Решатели СЛАУ

Вкладка решатели СЛАУ содержит четыре основные группы СЛАУ:

- *параметры решения СЛАУ для давлений*;
- *параметры решения СЛАУ движения*;
- *параметры решения СЛАУ энергии*;
- *параметры решения СЛАУ турбулентности*.

Группа *Параметры решения СЛАУ* доступна всегда. В данной группе выбирается метод решения СЛАУ и необходимые настройки для выбранного метода.

Методы решения общего СЛАУ:

Sparse_CG_DP – итерационный метод решения СЛАУ – метод сопряженных градиентов с использованием диагонального предобуславливателя. Для данного метода настраиваемыми параметрами являются *точность решения СЛАУ* и *максимальное количество итераций для решения СЛАУ*.

Sparse_BiCGs_DP – итерационный метод решения СЛАУ – стабилизированный метод бисопряженных градиентов с использованием диагонального предобуславливателя. Для данного метода настраиваемыми параметрами являются *точность решения СЛАУ* и *максимальное количество итераций для решения СЛАУ*.

Sparse_BiCGs_ILUT – итерационный метод решения СЛАУ – стабилизированный метод бисопряженных градиентов с использованием неполного LU разложения. Для данного метода настраиваемыми параметрами являются *точность решения СЛАУ* и *максимальное количество итераций для решения СЛАУ*.

Sparse LU – прямой метод решения СЛАУ, основанный на разложениях матриц, в зависимости от их типа. По умолчанию используется разложение LU для несимметричной матрицы. Опция *Использовать масштабные векторы* улучшает диагонализацию матрицы и предназначена для решения СЛАУ с плохо обусловленными матрицами.

MinRes – итерационный метод решения для СЛАУ с симметричной положительно неопределенной матрицей. Для данного метода настраиваемыми параметрами являются *точность решения СЛАУ* и *максимальное количество итераций для решения СЛАУ*.

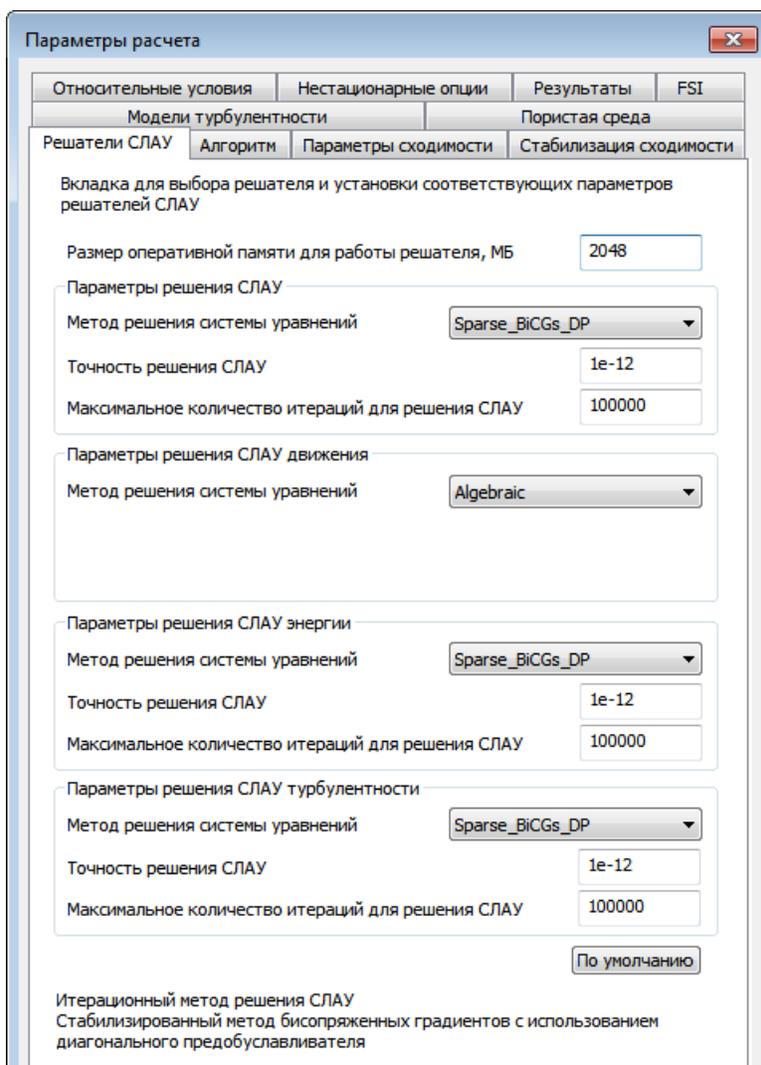


Рисунок 12 - Диалоговое окно *Параметры расчета* (вкладка *Решатель СЛАУ*)

Группа *Параметры решения СЛАУ движения* доступна всегда. Для данной группы используется только алгебраический метод решения системы уравнений.

Группа *Параметры решения СЛАУ энергии* доступна для термических постановок задач. В данной группе выбирается метод решения и необходимые настройки для выбранного метода.

Группа *Параметры решения СЛАУ турбулентности* доступна для турбулентных постановок задач. В данной группе выбирается метод решения и необходимые настройки для выбранного метода.

Вкладка Алгоритм

Данная вкладка предназначена для выбора *алгоритма* и *постановки задачи* Навье-Стокса для однофазного течения. Данная вкладка содержит три основные группы:

- *алгоритм решения*;
- *постановка задачи*;
- *алгоритм учета адвекции*.

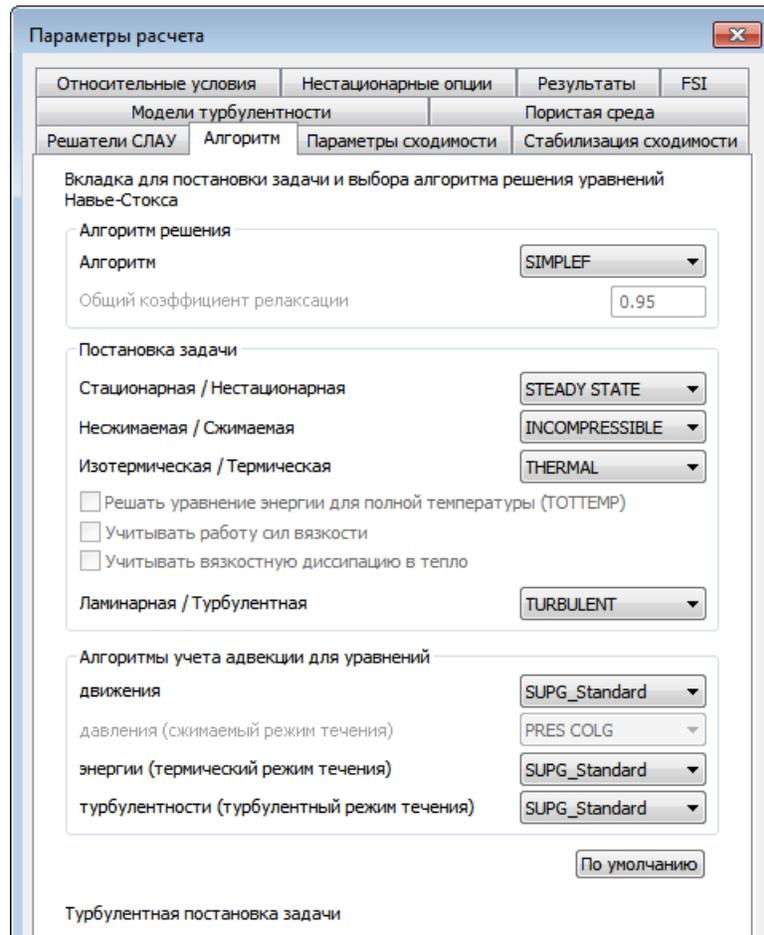


Рисунок 13 - Диалоговое окно *Параметры расчета* (вкладка *Алгоритм*)

Алгоритм решения *SIMPLEF* - Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations - итерационный алгоритм, основанный на раздельном решении уравнений, расщепляемых по физическим процессам и степеням свободы. Решаемые с помощью данного алгоритма задачи могут иметь различное число степеней свободы, в зависимости от их постановок.

Постановка задачи содержит набор различных постановок задач, определяющих в том числе и количество степеней свободы:

- *Стационарная / Нестационарная*,
- *Нежимаемая / Сжимаемая*,
- *Изотермическая / Термическая*,
- *Ламинарная / Турбулентная*,
- их комбинации.

!!! В текущей версии программного продукта APM FGA доступен стационарный режим течения (*STEADY STATE*) с постоянной плотностью (*INCOMPRESSIBLE*).

Для *Изотермической, Ламинарной* постановки задачи общее число степеней свободы равно четырем: V_x, V_y, V_z, P .

Турбулентная постановка задачи может добавлять N степеней свободы в узле КЭ сетки в зависимости от выбранной модели турбулентности.

Термическая постановка задачи добавит 1 степень свободы в узле КЭ сетки - температуру.

Алгоритмы учета адвекции для уравнений содержит выбор различных алгоритмов для уравнений движения и энергии (термический режим):

SUPG_Standard – Streamline Petrov-Galerkin (SUPG) approach – метод учета адвективных членов в уравнениях движения со стандартным (Standard) сглаживанием разрывных функций;

SUPG_Shakhib – Streamline Petrov-Galerkin (SUPG) approach – метод учета адвективных членов в уравнениях движения со сглаживанием Шахиба (Shakhib) разрывных функций.

Вкладка Параметры сходимости

Для критериев сходимости по каждой из степеней свободы задаются максимально допустимые значения относительных погрешностей между итерациями. Также задается *максимальное количество итераций* для алгоритма расчета.

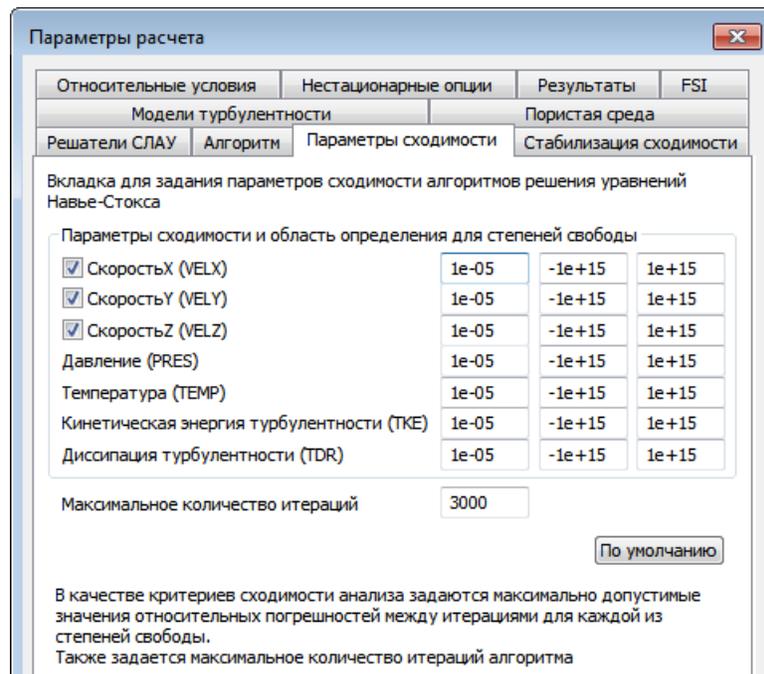


Рисунок 14 - Диалоговое окно *Параметры расчета* (вкладка *Параметры сходимости*)

Если в процессе расчета сходимость не достигнута (превышено максимальное количество итераций), то результаты последней сохраняются. Эти результаты можно

использовать в качестве начальных при перезапуске задачи на расчет (например, если достигнуто максимальное число итераций и не удовлетворены критерии сходимости; или же просто для достижения лучшей точности решения задачи).

Вкладка Стабилизация сходимости

Вкладка предназначена для задания параметров стабилизации сходимости алгоритмов решения уравнений Навье-Стокса.

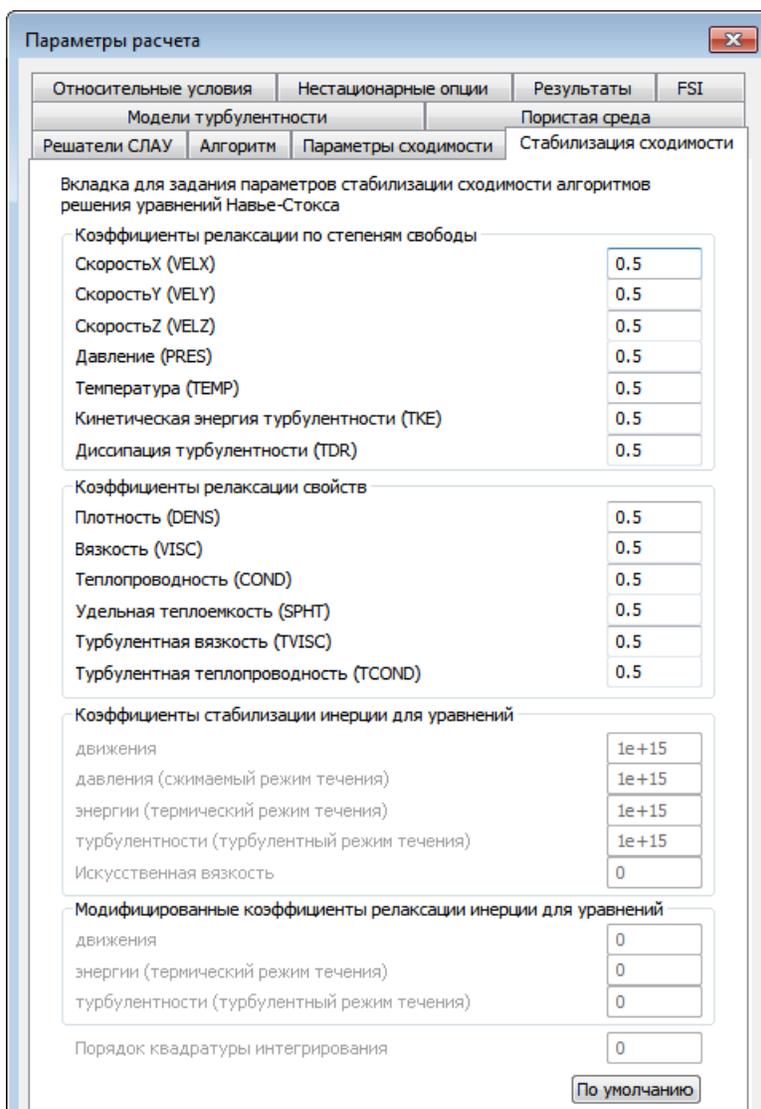


Рисунок 15 - Диалоговое окно *Параметры расчета* (вкладка *Стабилизация Сходимости*)

Вкладка Модели турбулентности

Данная вкладка содержит настраиваемые опции турбулентности, в зависимости от выбранной модели турбулентности для турбулентной постановки задачи.

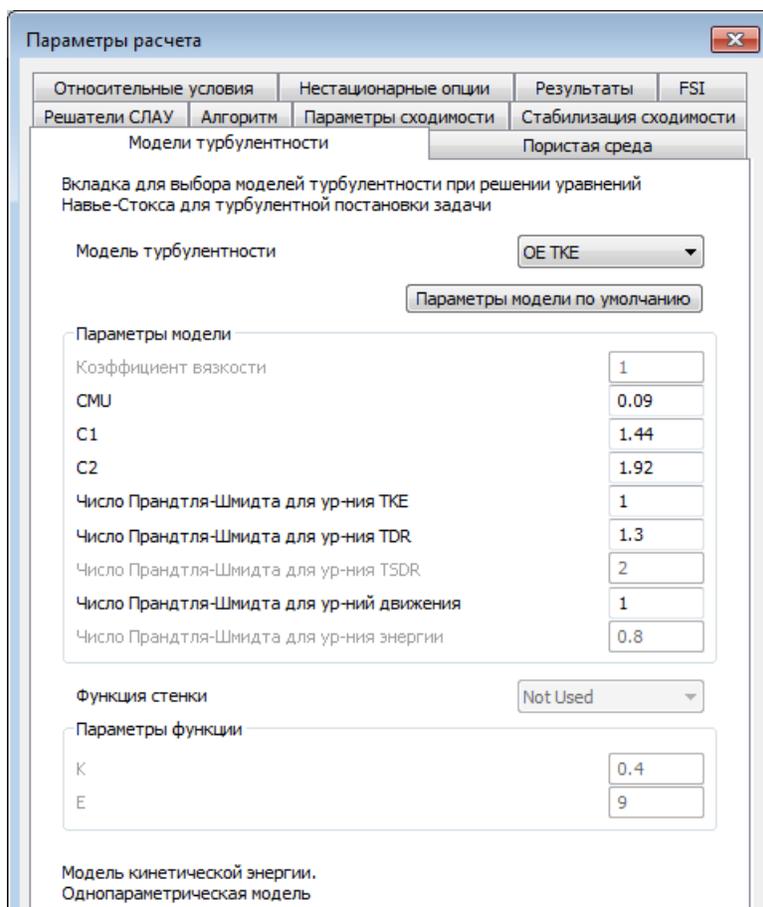


Рисунок 16 - Диалоговое окно *Параметры расчета* (вкладка *Модели турбулентности*)

CMU – безразмерный коэффициент, используется для вычисления турбулентной вязкости, а так же для формирования векторов правых частей уравнений турбулентности.

$C1, C2$ – коэффициенты

Числа Прандтля-Шмидта – безразмерные коэффициенты диффузионных членов соответствующих уравнений, решаемых для определенной постановки задачи.

Вкладка Пористая среда

Данная вкладка предназначена для задания постановки задачи с учетом пористых сред при решении уравнений Навье-Стокса.

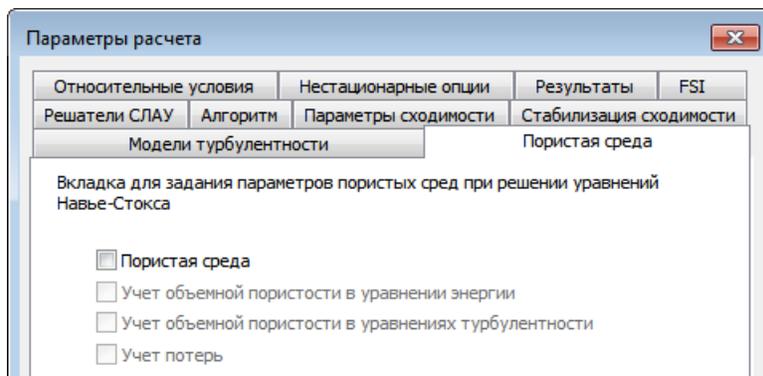


Рисунок 17 - Диалоговое окно *Параметры расчета* (вкладка *Пористая среда*)

Опция *Пористая среда* позволяет учитывать одно из свойств пористых сред, такое как пористость в уравнениях движения и неразрывности.

Опция *Учет потерь* позволяет дополнительно учитывать потери вязкого и инерционного типов, которые могут быть заданы в качестве изотропных свойств среды в виде коэффициентов проницаемости и/или сопротивления среды.

Вкладка Относительные условия

Данная вкладка содержит набор относительных/номинальных/нормальных условий, которые могут быть использованы в зависимости от постановки задачи при решении уравнений Навье-Стокса.

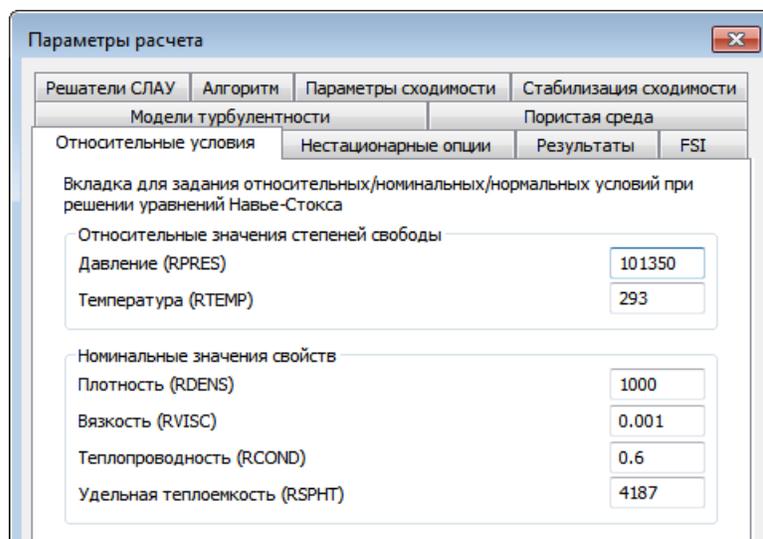


Рисунок 18 - Диалоговое окно *Параметры расчета* (вкладка *Относительные условия*)

Вкладка Нестационарные опции

Данная вкладка содержит параметры нестационарных постановок задач.

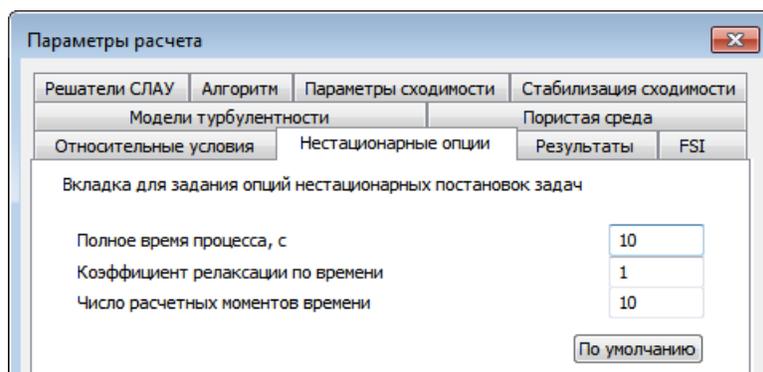


Рисунок 19 - Диалоговое окно *Параметры расчета* (вкладка *Нестационарные опции*)

Вкладка Результаты

Данная вкладка содержит набор выводимых дополнительных результатов расчета. Пользователь перед началом расчета должен выбрать, необходимые ему результаты расчета. Основные результаты анализа, такие как поля давлений и скоростей, после расчета доступны всегда. Дополнительные же результаты анализа можно по желанию вычислять или не вычислять, сохранять или не сохранять в процессе расчета.

Также существует возможность *сохранять* или не сохранять результаты промежуточных *итераций в процессе расчета*, например, при заданном параметре равном 3, будет сохранена каждая 3 итерация с результатами в процессе расчета, а также финальная по завершении расчета.

Опция *использовать доступные результаты в качестве исходных* позволяет использовать доступный для данной модели набор результатов посредством выбора *Загрузка, Момент времени, Итерация* в качестве исходного (начального приближения) для вновь запускаемого анализа. Данная опция позволяет быстрее достигнуть сходимости задачи в случаях, например, увеличения точности расчета, изменения свойств или граничных условий задачи, или же изменения постановки задачи.

Опция *Удалить доступные результаты* позволяет удалить все доступные для данной модели результаты перед запуском анализа.

Создать лог файл – позволяет создать вкладку лог FGA монитора и текстовый файл *.frmlog или *.ssalog, где в зависимости от уровня логирования выводится соответствующая текстовая информация по расчету и модели:

Log Level 0 – позволяет вывести общую информацию о постановке задачи, параметрах алгоритмов и решателей, а так же информацию о решении задачи на каждой итерации и общем времени решения задачи.

Log Level 1 – дополнительно к информации, содержащейся в *Log Level 0*, для финальной итерации выводится решение задачи для каждой степени свободы в каждом узле.

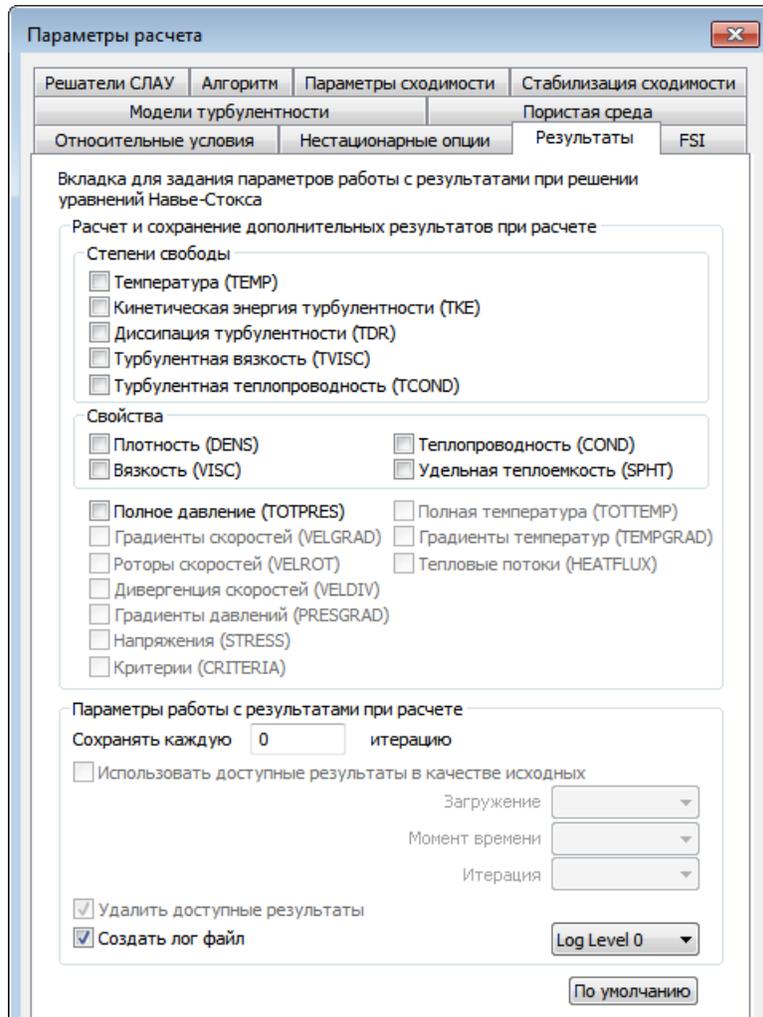


Рисунок 20 - Диалоговое окно *Параметры расчета* (вкладка *Результаты*)

Вкладка FSI

Данная вкладка предназначена для задания общих параметров сопряженного анализа течений и твердых тел.

Тип анализа НДС твердых тел позволяет выбрать линейный (*Статический расчет*) или нелинейный анализ для расчета напряженно-деформированного состояния твердых тел. Также можно выбрать рассчитываемое загрузжение или комбинацию загрузжений с помощью *Загрузжение для анализа НДС твердых тел*.

В качестве критериев сходимости двустороннего FSI анализа задаются максимально допустимые значения *относительных погрешностей по степеням свободы вектора перемещений*, а также *максимальное количество итераций* внешнего итерационного цикла.

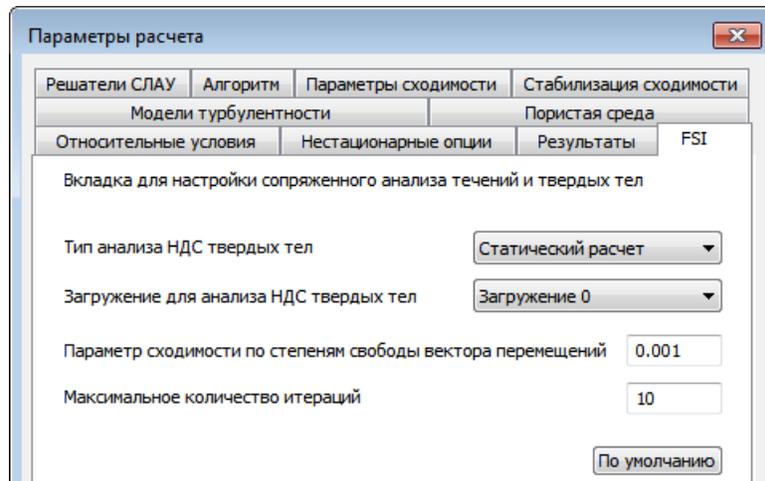


Рисунок 21 - Диалоговое окно *Параметры расчета*
(вкладка *FSI*)

Запуск анализа

APM Studio

Для запуска анализа в APM Studio необходимо выбрать команду *FGA/Расчет...* и выбрать *тип анализа*.

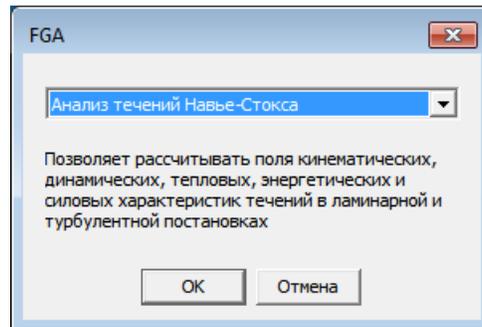


Рисунок 22 - Диалоговое окно *тип анализа*

APM Structure3D

Для запуска анализа в APM Structure3D необходимо в дереве *Анализ/FGA* и выбрать команду *тип анализа*.

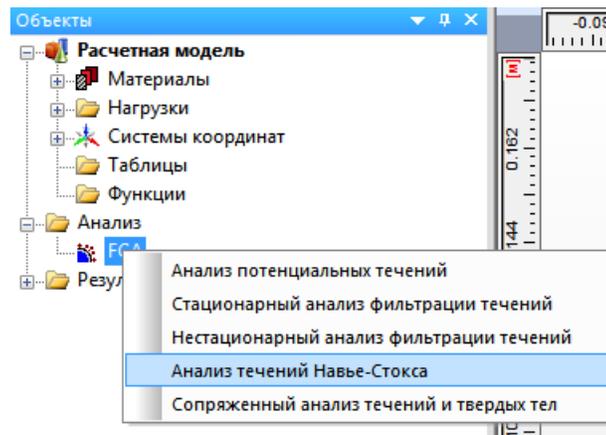


Рисунок 23 - Выбор *типа анализа*

В процессе расчета появляется диалоговое окно *Монитор*. В данном диалоге отображается текущая информация о модели, постановки задачи, этапе расчета и результаты сходимости на каждом этапе.

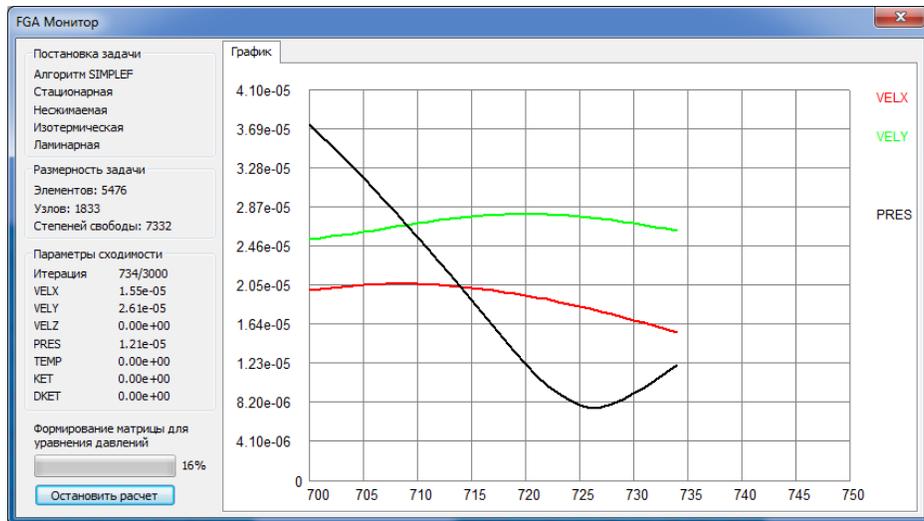


Рисунок 24 - Диалоговое окно *Монитор* во время выполнения анализа

Результаты анализа

Для просмотра карт результатов анализа необходимо выбрать команду *Результаты/Карта результатов...*

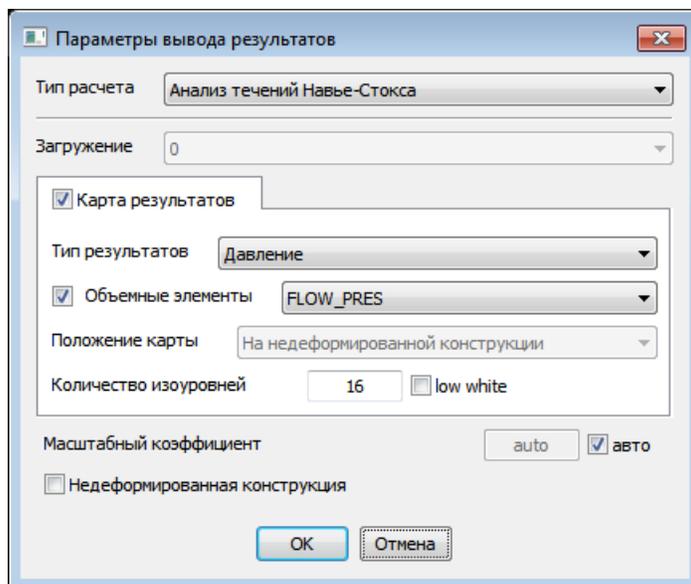


Рисунок 25 - Диалоговое окно *Параметры вывода результатов*

В группе *Тип результата* формируется список рассчитанных результатов. В группе *объемные элементы* формируется список доступных результатов, в зависимости от выбранного типа. Доступность результатов так же определяется выбранными пунктами в *Параметры расчета/Результаты*.

Таблица 3 - Основные результаты анализа

Тип результата	Подтип результата (объемные элементы)		Доступность результатов
Давление	FLOW_PRES	Давление	всегда
	FLOW_TOTPRES	Полное давление (TOTPRES)	В процессе анализа по выбору
Скорость (контурная/ векторная/ линии тока)	FLOW_VELX	Скорость X	всегда
	FLOW_VELY	Скорость Y	
	FLOW_VELZ	Скорость Z	
	FLOW_VELSUM	Скорость SUM	
Температура	FLOW_TEMP	Температура (TEMP)	В процессе анализа по выбору

Турбулентность	FLOW_TKE	Кинетическая энергия турбулентности (TKE)	В процессе анализа по выбору
	FLOW_TDR	Диссипация турбулентности (TDR)	В процессе анализа по выбору
	FLOW_TVISC	Турбулентная вязкость (TVISC)	В процессе анализа по выбору
	FLOW_TCOND	Турбулентная теплопроводность (TCOND)	В процессе анализа по выбору
Свойства	FLOW_DENS	Плотность (DENS)	В процессе анализа по выбору
	FLOW_VISC	Вязкость (VISC)	В процессе анализа по выбору
	FLOW_SPHT	Удельная теплоемкость (SPHT)	В процессе анализа по выбору
	FLOW_COND	Теплопроводность (COND)	В процессе анализа по выбору

Таблица 4 - Дополнительные результаты анализа

Тип результата	Подтип результата (объемные элементы)		Доступность результатов
Напряжения	FLOW_STRESSXX	компонента XX	После проведения анализа по выбору
	FLOW_STRESSXY	компонента XY	
	FLOW_STRESSXZ	компонента XZ	
	FLOW_STRESSYY	компонента YY	
	FLOW_STRESSYZ	компонента YZ	
	FLOW_STRESSZZ	компонента ZZ	
Критерии	FLOW_PEMOM	Число Пекле уравнений движения	После проведения анализа по выбору
	FLOW_PETEMP	Число Пекле уравнения энергии	
Градиент давлений (контурная/ векторная/ линии тока)	FLOW_PRESGRADX	компонента X	После проведения анализа по выбору
	FLOW_PRESGRADY	компонента Y	
	FLOW_PRESGRADZ	компонента Z	
	FLOW_PRESGRADSUM	SUM	

Градиент скорости X (контурная/ векторная/ линии тока)	FLOW_VELXGRADX	компонента X	После проведения анализа по выбору
	FLOW_VELXGRADY	компонента Y	
	FLOW_VELXGRADZ	компонента Z	
	FLOW_VELXGRADSUM	SUM	
Градиент скорости Y (контурная/ векторная/ линии тока)	FLOW_VELYGRADX	компонента X	После проведения анализа по выбору
	FLOW_VELYGRADY	компонента Y	
	FLOW_VELYGRADZ	компонента Z	
	FLOW_VELYGRADSUM	SUM	
Градиент скорости Z (контурная/ векторная/ линии тока)	FLOW_VELZGRADX	компонента X	После проведения анализа по выбору
	FLOW_VELZGRADY	компонента Y	
	FLOW_VELZGRADZ	компонента Z	
	FLOW_VELZGRADSUM	SUM	
Ротор скорости (контурная/ векторная/ линии тока)	FLOW_VELROTX	компонента X	После проведения анализа по выбору
	FLOW_VELROTY	компонента Y	
	FLOW_VELROTZ	компонента Z	
	FLOW_VELROTSUM	SUM	
Дивергенция скорости	FLOW_VELDIV		После проведения анализа по выбору
Градиент температуры (контурная/ векторная/ линии тока)	FLOW_TEMPGRADX	компонента X	После проведения анализа по выбору
	FLOW_TEMPGRADY	компонента Y	
	FLOW_TEMPGRADZ	компонента Z	
	FLOW_TEMPGRADSUM	SUM	
Тепловые потоки (контурная/ векторная/ линии тока)	FLOW_HEATFLUXX	компонента X	После проведения анализа по выбору
	FLOW_HEATFLUXY	компонента Y	
	FLOW_HEATFLUXZ	компонента Z	
	FLOW_HEATFLUXSUM	SUM	

Для просмотра анимации карт результатов анализа необходимо выбрать команду *Результаты/Карта результатов...* и в диалоговом окне *Параметры вывода результатов* переключиться на вкладку *Анимация*.

Контурные карты результатов

При визуализации результатов расчета полей для удобства анализа можно воспользоваться диалогом *Параметры отображения*.

В диалоге *Параметры отображения* можно:

- установить необходимую *глубину просмотра*;
- *установить плоскость разреза*, по которой будет отображаться глубина просмотра;
- установить *диапазон результатов* посредством шкалы или введения значений. При совмещении ползунков выводится одна изоповерхность, соответствующая конкретному

значению. Совмещённые ползунки можно перемещать заедно. При этом одна изоповерхность будет перестраиваться;

- вкл./выкл. отображение элементов на модели *до*, *внутри* и *за* пределом, установленным в *диапазоне результатов*;

- при установке галочки *Перерасчет цвета* будет произведена перерисовка карты результатов в соответствии с выставленным диапазоном результатов;

- построения карты результатов в виде изолиний.

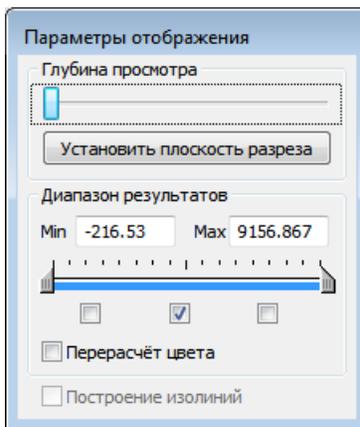


Рисунок 26 - Диалог *Параметры отображения* для контурных карт результатов

Векторные карты результатов и линии тока

При визуализации результатов расчета полей векторных величин для удобства анализа можно воспользоваться диалогом настройки результатов представляемых в виде векторного поля и/или линий тока.

!!! Данный функционал доступен только в модуле APM Structure3D.

Для запуска диалога необходимо выбрать команду *Результаты/Настройки карт результатов FGA*.

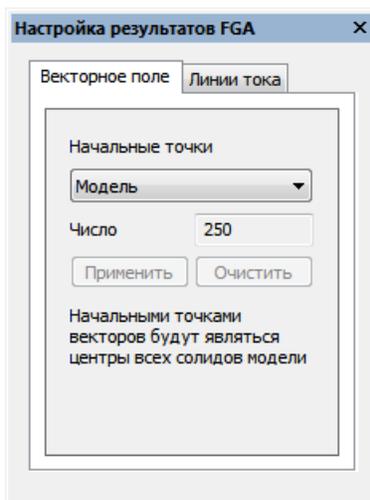


Рисунок 27 - Диалог *Параметры отображения* для векторных карт результатов и линий тока

В появившемся окне есть две вкладки, с помощью которых можно предварительно настроить вывод карт результатов в виде векторного поля или линий тока.

Необходимо задать *начальные точки* векторов и/или линий тока, выбрав одну из доступных опций: *Модель* - начальными точками будут являться центры всех солид элементов, *Модель (произвольно)* - начальными точками будут являться центры всех солид элементов модели выбранных произвольно, число точек задается вручную, *Солиды* - начальными точками будут являться центры выделенных солид элементов модели, *Поверхности солидов* - начальными точками будут являться центры выделенных поверхностей солид элементов модели.

После предварительной настройки вывод векторных карт результатов и линий тока осуществляется через диалог *Параметры вывода результатов*.

Дополнительные результаты и экспресс результаты

Дополнительные результаты анализа могут быть получены уже после проведения анализа и сохранения основных результатов.

!!! Данный функционал доступен только в модуле APM Structure3D.

Для расчета дополнительных результатов необходимо в дереве *Результаты/FGA* *Дополнительные результаты* выбрать нужный результат.

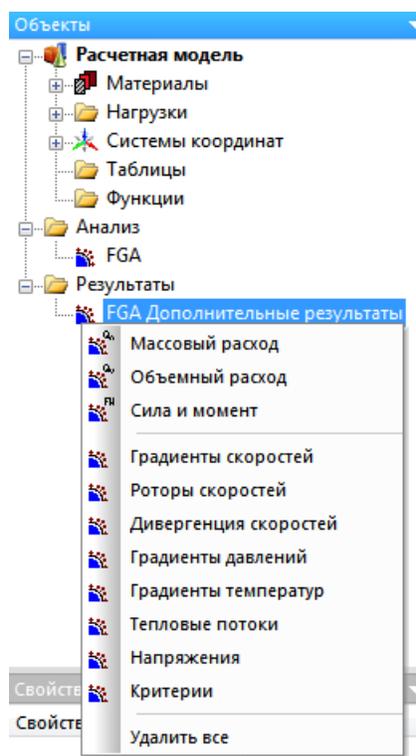


Рисунок 28 - Выбор дополнительных результатов анализа

Дополнительные результаты могут быть рассчитаны с помощью нажатия на кнопку *СТАРТ!* на панели свойств соответствующего узла дерева на базе уже имеющихся *основных результатов*.

Свойства	
Свойство	Значение
[-] Основные результаты	
Загружение	Загружение 0
Момент времени	-1
Итерация	95
[-] Дополнительные результаты	
Тип результата	Градиент давлений
Запуск расчета	СТАРТ!
Статус	Результат получен

Рисунок 29 - Панель свойств для расчета дополнительных результатов

Здесь также могут быть рассчитаны экспресс результаты - интегральные характеристики, такие как *массовый и объемный расход* через поверхность, а также *сила и момент* на поверхности, которые могут быть вычислены также на базе уже имеющихся *основных результатов*.

Свойства	
Свойство	Значение
[-] Основные результаты	
Загружение	Загружение 0
Момент времени	-1
Итерация	95
[-] Дополнительные результаты	
Тип результата	Сила и момент [Н] и [Н*м]
Тип элементов	Объемные элементы
Элементы	<input type="button" value="Применить"/> <input type="button" value="Очистить"/>
Количество	10
Вектор перемещения ГСК (x, y, z) [м]	0,0, 0,0, 0,0
Запуск расчета	<input type="button" value="СТАРТ!"/>
Fx	-109.6904324
Fy	4.530403296e-14
Fz	3.044289251e-14
Mx	1.643639194e-15
My	-0.548452162
Mz	6.582562551
Статус	Результат получен

Рисунок 30 - Панель свойств для расчета экспресс результатов

Для расчета необходимо предварительно выделить нужную поверхность и нажать кнопку *СТАРТ!*

Односторонний FSI

Данный анализ позволяет учитывать результаты полей давлений и/или температур, полученных с помощью APM FGA для жидких и газовых агрегатных состояний, в расчетах НДС твердых тел в автоматическом или полуавтоматическом режимах.

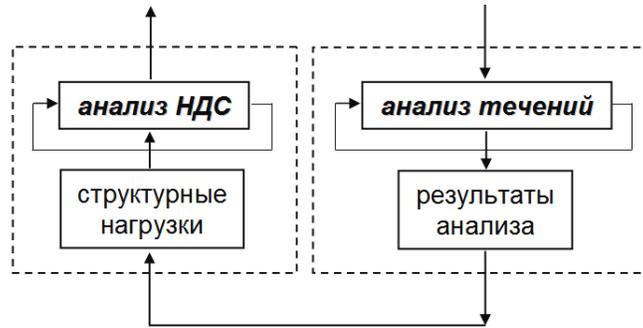


Рисунок 31 - Односторонняя связь между решателями

Схема нахождения общего решения сопряженной задачи в данном случае выглядит следующим образом.

1. Решается задача течений жидкостей и газов пока не будет достигнута требуемая точность этого решения.
2. Результаты анализа течений, а именно поле давлений на границе раздела агрегатных состояний веществ, представляется в виде структурных нагрузок (сил или давлений).
3. Решается задача определения напряженно-деформированного состояния твердого тела пока не будет достигнута требуемая точность этого решения.

Задачи типа одностороннего FSI могут быть решены в APM FGA двумя путями:

1. Запуск на расчет НДС твердого тела с непосредственным указанием для учета в качестве нагрузок необходимых существующих результатов FGA.
2. Запуск на расчет НДС твердого тела с предварительным формированием необходимых структурных нагрузок в указанных загрузениях на основе существующих результатов FGA с помощью конвертера.

При запуске расчета напряженно-деформированных состояний твердых тел с помощью команды главного меню *Расчеты / Расчет...* и, в появившемся диалоге установки опций *Учитывать поле давлений из FGA* и/или *Учитывать поле температур из FGA*, будет автоматически сформирован узловой вектор правых частей для уравнений статики напрямую из результатов анализа течений Навье-Стокса. При этом необходимо указать этот доступный набор результатов посредством выбора *Загрузка, Момент времени, Итерация*.

При проведении данного анализа рекомендуется следующее:

- не добавлять структурные нагрузки в то же загрузение, для которого уже были получены результаты течений Навье-Стокса, чтобы при анализе результатов НДС для этого загрузения была возможность оценить влияние только полей давлений и/или температур на твердое тело;

- другие структурные нагрузки, действующие на твердое тело, следует задавать в отдельных загрузках, а их сочетание возможно учесть с помощью комбинаций загрузок.

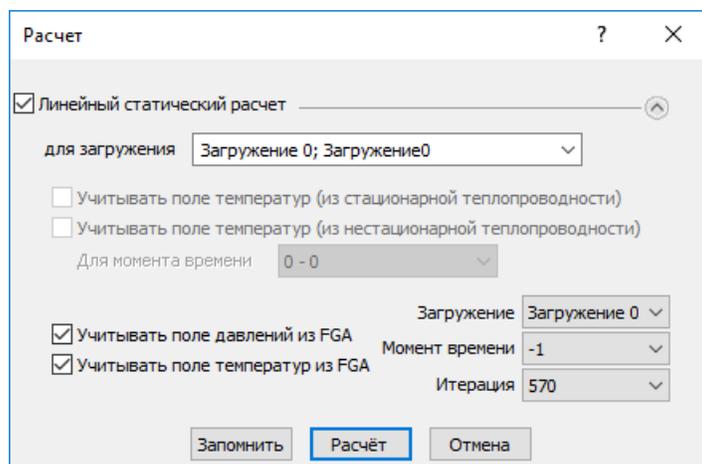


Рисунок 32 - Диалог *Расчет*
(учет результатов анализа течений *Навье-Стокса*)

Также для анализа напряженно-деформированного состояния твердого тела существует возможность непосредственно сконвертировать саму структурную нагрузку из результатов анализа течений, вызвав диалоговое окно с помощью команды главного меню *Нагрузки / Результаты FGA в структурные нагрузки*.

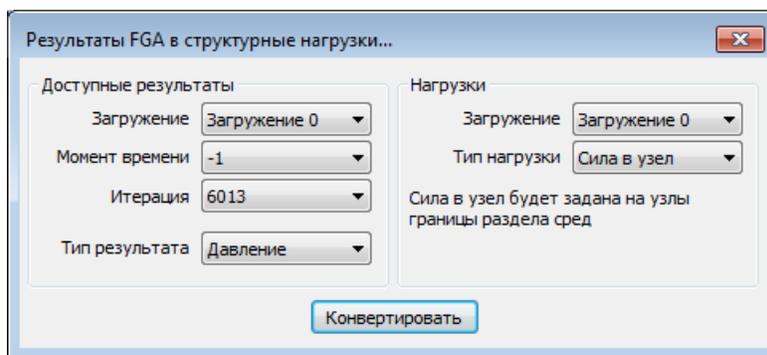


Рисунок 33 - Диалог конвертера результатов FGA в структурные нагрузки
(учет результатов анализа течений *Навье-Стокса*)

В данном диалоговом окне аналогичным образом в качестве доступных результатов анализа течений можно выбрать *Тип результата Давление* или *Температура*. При этом в качестве опций при создании структурных нагрузок можно указать *Загрузка*, в котором эта нагрузка будет создана. Для типа результата *Давление* тип нагрузки может быть сконвертирован как *вектор сил в узлы* на границе раздела агрегатных состояний или же как *давление на поверхность* объемного элемента или пластину. Для типа результата *Температура* тип нагрузки будет сконвертирован в виде *температуры в узлах* на границе раздела агрегатных состояний или же в виде *температуры в узлах* или *сOLID элементах* твердого тела, если решалась задача сопряженного теплообмена.

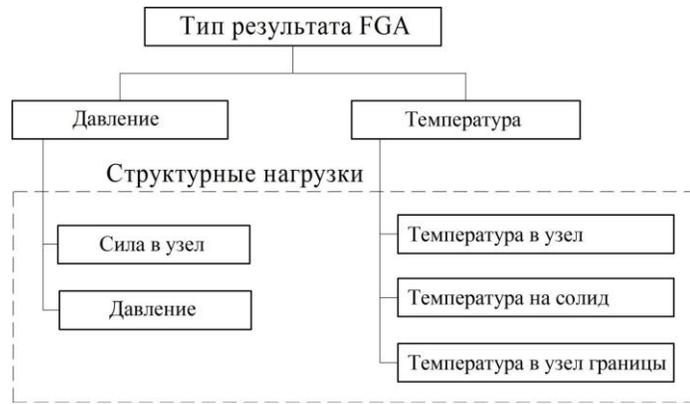


Рисунок 34 - Варианты конвертации результатов течений в структурные нагрузки

Краткие теоретические сведения

Потенциальные течения

Основные допущения для течения:

- стационарное,
- несжимаемое,
- изотермическое,
- невязкое.

Основное уравнение:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0,$$

где φ - скалярный потенциал скорости течения.

Компоненты вектора скорости течения:

$$V_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad V_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad V_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Скорость течения:

$$\bar{V} = \bar{V}_x + \bar{V}_y + \bar{V}_z, \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

Давление вычисляется из уравнения Бернулли (закона сохранения энергии):

$$\frac{\rho V^2}{2} + P = const,$$

где ρ - плотность течения.

Решается совместно с граничными условиями первого рода (Дирихле) и второго рода (Неймана).

Фильтрация течений

Основные допущения для течения:

- несжимаемое,
- изотермическое.

Основное уравнение:

$$\frac{1}{k_x \mu} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{1}{k_y \mu} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{1}{k_z \mu} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{e} \frac{\partial P}{\partial t},$$

где P - давление течения,

t - время,

μ - вязкость течения,

k_x, k_y, k_z - главные значения тензора коэффициентов проницаемости среды течения,

e - модуль упругости среды течения (1 / коэффициент водоотдачи среды течения).

Компоненты вектора скорости течения:

$$V_x = -\frac{1}{k_x \mu} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad V_y = -\frac{1}{k_y \mu} \frac{\partial P}{\partial y}, \quad V_z = -\frac{1}{k_z \mu} \frac{\partial P}{\partial z}.$$

Скорость течения:

$$\bar{V} = \bar{V}_x + \bar{V}_y + \bar{V}_z, \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

Решается совместно с граничными условиями первого рода (Дирихле) и второго рода (Неймана).

Течения Навье-Стокса

Численные решения уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, и сопряженных уравнений, совокупно описывающие различные характеристики и параметры течений, реализованы в виде алгоритмов с использованием метода конечных элементов и других численных методов, в зависимости от постановок решаемых задач.

Непрерывная постановка

Условные обозначения

Независимые переменные:

x, y, z - координаты.

t - время.

Степени свободы:

V_x, V_y, V_z - компоненты вектора скорости.

P - давление.

T - температура.

k - кинетическая энергия турбулентности.

ε - диссипация турбулентности.

Исходные свойства:

ρ - плотность.

μ - динамическая вязкость.

C_p - удельная теплоемкость.

K - теплопроводность.

Расчетные свойства:

ρ - плотность.

μ_t - турбулентная вязкость.

μ_e - эффективная вязкость.

K_t - турбулентная теплопроводность.

K_e - эффективная теплопроводность.

Остальные обозначения:

V - скорость.

a_x, a_y, a_z - компоненты вектора ускорения.

Φ - диссипация вязкости.

C_μ, C_1, C_2 - коэффициенты моделей турбулентности.

$\sigma_k, \sigma_\varepsilon, \sigma_\omega, \sigma_m, \sigma_t$ - числа Прандтля (Шмидта).

Базовые законы сохранения

- уравнение неразрывности (физический принцип: закон сохранения массы);
- уравнение движения (физический принцип: II закон Ньютона);
- уравнение энергии (физический принцип: закон сохранения энергии).

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0.$$

Уравнения движения

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho V_x V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y V_x)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z V_x)}{\partial z} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho a_x, \\ & \frac{\partial(\rho V_x V_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z V_y)}{\partial z} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho a_y, \\ & \frac{\partial(\rho V_x V_z)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y V_z)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z V_z)}{\partial z} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho a_z, \end{aligned}$$

где

$$\mu_e = \mu + \mu_t.$$

Уравнение энергии

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho V_x C_p T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y C_p T)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z C_p T)}{\partial z} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\left(K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \Phi, \end{aligned}$$

где

$$\Phi = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k}.$$

Уравнения турбулентности (ТКЕ модель)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x k)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y k)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z k)}{\partial z} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \mu_t \Phi - \rho \varepsilon \\ \varepsilon = C_\mu^{3/4} k^{3/2} / l \end{aligned}$$

Уравнения турбулентности (К-Epsilon модель)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x k)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y k)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z k)}{\partial z} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \mu_t \Phi - \rho \varepsilon \\ \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x \varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y \varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z \varepsilon)}{\partial z} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_1 \mu_t \Phi \frac{\varepsilon}{k} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned}$$

Турбулентные свойства (ТКЕ и К-Epsilon модели)

$$\begin{aligned} \mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \\ K_t = \frac{\mu_t C_p}{\sigma_t} = \frac{C_p}{\sigma_t} C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}. \end{aligned}$$

Турбулентные свойства (Zero Equation модель)

$$\mu_t = L_s^2 \rho \sqrt{\Phi},$$

$$K_t = \frac{\mu_t C_p}{\sigma_t} = \frac{C_p}{\sigma_t} L_s^2 \rho \sqrt{\Phi}.$$

Задача решается совместно с граничными условиями первого рода (Дирихле) и второго рода (Неймана):

$$\varphi|_{S_1} = f_1(x, y, z), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n}|_{S_2} = f_2(x, y, z),$$

где f_1, f_2 – известные функции, S_1 – часть граничной поверхности на которой задано распределение степени свободы φ , S_2 – часть граничной поверхности на которой задано распределение потоков φ ; n – единичный вектор внешней нормали к поверхности.

Конечно-элементная постановка

Для численного решения поставленных задач необходимо перейти к дискретному представлению. В качестве метода дискретизации используется метод конечных элементов.

Уравнение для давлений:

$$\begin{aligned} [P]^e \int \left[\frac{\partial W}{\partial x} \rho M_x \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \rho M_y \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \rho M_z \frac{\partial W}{\partial z} \right] d\Omega = \\ = \int \left[\frac{\partial W}{\partial x} \rho V'_x + \frac{\partial W}{\partial y} \rho V'_y + \frac{\partial W}{\partial z} \rho V'_z \right] d\Omega - \int W [\rho V_x]^s dS - \int W [\rho V_y]^s dS - \int W [\rho V_z]^s dS \end{aligned}$$

где $[P]^e$ – узловый вектор давлений в конечном элементе; W – вектор узловых базисных функций; M_x, M_y, M_z – константы; V'_x, V'_y, V'_z – компоненты вектора усредненных скоростей; V_x, V_y, V_z – компоненты вектора скоростей, заданной в явном виде; S – поверхность, на которой заданы потоки в явном виде; Ω – объем конечного элемента.

Уравнения для компонент скоростей:

$$\begin{aligned} [V_x]^e \int \left[\frac{\partial W}{\partial x} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial W}{\partial z} \right] d\Omega + \\ + [V_x]^e \int W \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega + \\ + [V_x]^e C \int K \left[\frac{V_x \partial W}{\partial x} + \frac{V_y \partial W}{\partial y} + \frac{V_z \partial W}{\partial z} \right] \times \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega = \\ = \int W \rho a_x d\Omega - [P]^e \int W \frac{\partial W}{\partial x} d\Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [V_y]^e \int \left[\frac{\partial W}{\partial x} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial W}{\partial z} \right] d\Omega + \\
& + [V_y]^e \int W \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega + \\
& + [V_y]^e C \int K \left[\frac{V_x \partial W}{\partial x} + \frac{V_y \partial W}{\partial y} + \frac{V_z \partial W}{\partial z} \right] \times \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega = \\
& = \int W \rho a_y d\Omega - [P]^e \int W \frac{\partial W}{\partial y} d\Omega \\
& [V_z]^e \int \left[\frac{\partial W}{\partial x} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_m} \right) \frac{\partial W}{\partial z} \right] d\Omega + \\
& + [V_z]^e \int W \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega + \\
& + [V_z]^e C \int K \left[\frac{V_x \partial W}{\partial x} + \frac{V_y \partial W}{\partial y} + \frac{V_z \partial W}{\partial z} \right] \times \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega = \\
& = \int W \rho a_z d\Omega - [P]^e \int W \frac{\partial W}{\partial z} d\Omega
\end{aligned}$$

где $[V_x]^e$, $[V_y]^e$, $[V_z]^e$ – узловые вектора компонент скоростей в конечном элементе; C , K – вычисляемые коэффициенты.

Уравнение для температуры:

$$\begin{aligned}
& [T]^e \int \left[\frac{\partial W}{\partial x} \left(K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \left(K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \left(K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial W}{\partial z} \right] d\Omega + \\
& + [T]^e \int W \left[\frac{\partial(\rho C_p V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho C_p V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho C_p V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega + \\
& + [T]^e C \int K \left[\frac{V_x \partial W}{\partial x} + \frac{V_y \partial W}{\partial y} + \frac{V_z \partial W}{\partial z} \right] \times \\
& \times \left[\frac{\partial(\rho C_p V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho C_p V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho C_p V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega = \\
& = \int Q W d\Omega + \int q W dS
\end{aligned}$$

где $[T]^e$ – узловой вектор температур в конечном элементе; C , K – вычисляемые коэффициенты.

Уравнение для кинетической энергии турбулентности (ТКЕ и К-Epsilon модели):

$$\begin{aligned}
 & [k]^e \int \left[\frac{\partial W}{\partial x} (\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} (\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} (\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial W}{\partial z} \right] d\Omega + \\
 & + [k]^e \int W \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega + \\
 & + [k]^e m \int l \left[\frac{V_x \partial W}{\partial x} + \frac{V_y \partial W}{\partial y} + \frac{V_z \partial W}{\partial z} \right] \times \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega + \\
 & + [k]^e \int W \frac{\partial(\rho W)}{\partial t} d\Omega = \int W (\mu + \mu_t / \sigma_k) \Phi d\Omega - \int W \rho \varepsilon d\Omega
 \end{aligned}$$

где $[k]^e$ – узловый вектор кинетической энергии турбулентности в конечном элементе; m, l – вычисляемые коэффициенты.

Уравнение диссипации турбулентности:

$$\begin{aligned}
 & [\varepsilon]^e \int \left[\frac{\partial W}{\partial x} (\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} (\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} (\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial W}{\partial z} \right] d\Omega + \\
 & + [\varepsilon]^e \int W \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega + \\
 & + [\varepsilon]^e m \int l \left[\frac{V_x \partial W}{\partial x} + \frac{V_y \partial W}{\partial y} + \frac{V_z \partial W}{\partial z} \right] \times \left[\frac{\partial(\rho V_x W)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y W)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z W)}{\partial z} \right] d\Omega + \\
 & + [\varepsilon]^e \int W \frac{\partial(\rho W)}{\partial t} d\Omega = \int W C_1 (\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \Phi \frac{\varepsilon}{k} d\Omega - \int W C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} d\Omega
 \end{aligned}$$

где $[\varepsilon]^e$ – узловый диссипации турбулентности в конечном элементе; m, l – вычисляемые коэффициенты.