

## Глава 2.10. Расчет прочности при переменном характере внешнего нагружения

**Механизм разрушения деталей при их статическом нагружении.** Модель материала в виде сплошного изотропного тела может быть применима только к объектам больших линейных размеров. У малых объемов, как правило, наблюдается анизотропия структуры (т. е. различие свойств по разным направлениям), которая приводит к значительному изменению механических свойств материала и их рассеянию. Если рассматривать металлы на молекулярном уровне, то можно утверждать, что они состоят из одинаковых сферических атомов с плотно упакованной кристаллической решеткой. Размеры атома обычно не превышают  $(1 \div 2) \cdot 10^{-7}$  мм. Единица длины, равная  $10^{-7}$  мм, называется *ангстремом*. Совокупность атомов, образующих периодическую структуру, называется кристаллической решеткой, а точки, в которых размещены сами атомы — узлами решетки. По местоположению узловых точек кристаллические решетки металлов бывают кубическими (рис. 2.10.1а), *объемно-центрированными* (рис. 2.10.1б), *гранецентрированными* (рис. 2.10.1с) и *гексагональными* (рис. 2.10.1д). Например, железо, хром и молибден имеют кубическую объемно-центрированную структуру, в то время как алюминий и медь — кубическую гранецентрированную. Можно привести и другие примеры, однако заметим, что атомарное строение твердых тел описывается с помощью методов физики твердого тела, и за получением более подробной информации по этим вопросам можно обратиться к любой монографии по этому разделу физики.

Здесь же, не вдаваясь в детали квантово — механической модели взаимодействия атомов кристаллической решетки, следует указать лишь на то, что взаимное расположение элементов кристаллической решетки обусловлено двумя параллельными процессами: отталкиванием (рис. 2.10.2а, кривая 1) и притяжением (кривая 2). Силы притяжения возникают благодаря взаимодействию электронов с положительно заряженным ядром собственного атома, а отталкивания — благодаря наличию взаимодействия электронов с ядрами соседних атомов.

В результате при отсутствии нагрузки атомы располагаются всегда на некотором расстоянии  $a$  друг от друга, где сила их взаимодействия, а, следовательно, и энергия  $E$ , равны нулю. Такое состояние кристаллической решетки является *устойчивым*, или *равновесным*. Последнее означает, что при сколь угодно малых смещениях атомов, вызванных приложением внешних сил, они возвращаются в ис-

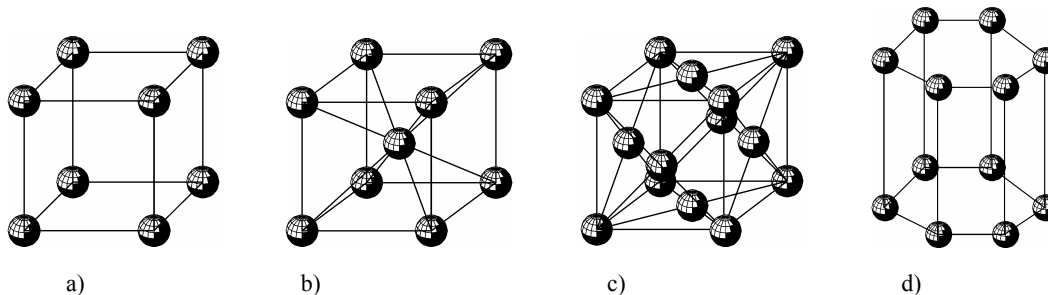


Рис. 2.10.1

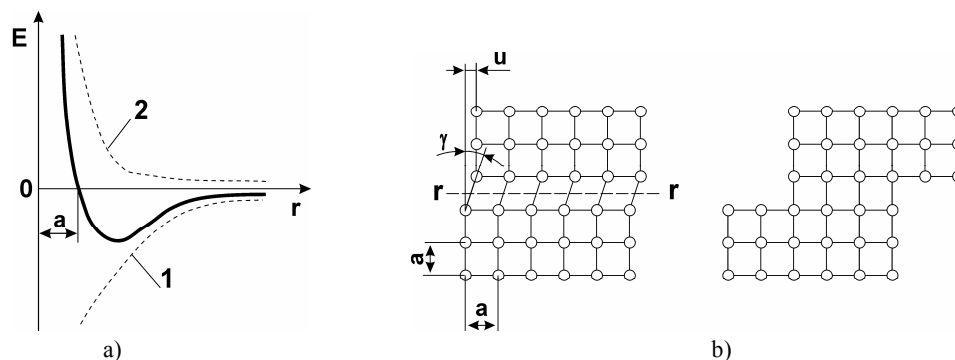


Рис. 2.10.2

ходное состояние после снятия нагрузки. Если перемещения относительно малы по величине, то силу взаимодействия атомов допустимо считать линейной относительно этих перемещений (рис. 2.10.2b), а деформацию — упругой. В силу абсолютной симметрии можно утверждать, что смещенные на расстояние  $u = a/2$  атомы взаимодействуют с другой группой атомов, что приводит к необратимым сдвигам слоев. В свою очередь, сдвиг слоев вызывает появление пластических деформаций, величина которых кратна  $u$ . Предположим, что величина касательного напряжения  $\tau$  зависит от смещений по синусоидальному закону, а именно  $\tau = \tau_{\max} \sin(2\pi u/a)$ , где  $\tau_{\max}$  — напряжение, при котором появляются пластические деформации. Тогда очевидно, что для малых углов получаем прямо пропорциональную зависимость

$$\tau = \tau_{\max} \frac{2\pi u}{a}. \quad (2.10.1)$$

Запишем аналогично (2.4.1) закон Гука для рассматриваемого нами случая:

$$\tau = G\gamma, \quad (2.10.2)$$

где  $G$  — модуль упругости при сдвиге,  $\gamma = u/a$  — угол сдвига. Подставляя в (2.10.2) выражение (2.10.1), имеем

$$\tau_{\max} = G/(2\pi).$$

Переходя от наибольшего касательного напряжения  $\tau_{\max}$  к нормальному  $\sigma_{\max}$  (для случая одноосного растяжения согласно (2.2.9) можно записать  $\sigma_{\max} = 2\tau_{\max}$ ) и принимая во внимание, что для металлов при  $\mu = 0,3$  модуль упругости равен  $G = E/2,6$ , окончательно получаем

$$\sigma_{\max} = \frac{E}{2,6\pi} \cong \frac{1}{8} E. \quad (2.10.3)$$

Выражение (2.10.3) говорит о том, что в случае одноосного растяжения пластические деформации начинаются при напряжениях, равных примерно одной восьмой модуля упругости  $E$ . Между тем, как показывают экспериментальные данные, напряжения,

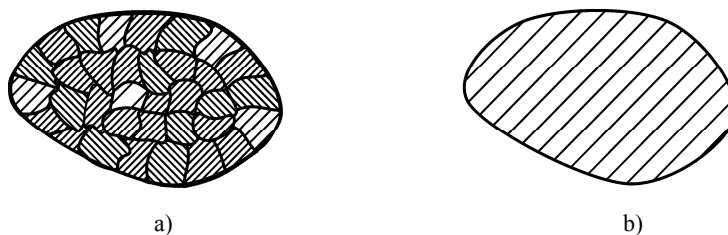


Рис. 2.10.3

при которых материалы начинают пластически деформироваться, могут быть ниже в десятки и даже сотни раз. Близкие к расчетным результаты наблюдаются только для кристаллов с одним центром кристаллизации (монокристаллов), выращенных в специальных условиях. Поликристаллические структуры (рис. 2.10.3а) с хаотично ориентированными кристаллическими решетками являются значительно менее прочными из-за наличия в них дислокаций (т. е. дефектов кристаллической решетки в тех местах, где имеются смещенные из устойчивого положения атомы), дефектов на границах и т. д. Можно утверждать, что металлы состоят из множества зерен, хаотично ориентированных внутри рассматриваемого объема.

Атомарная модель может быть использована при описании монокристаллических тел либо тел малых объемов, размеры которых не превышают размеров одного зерна. Тем не менее, даже если размеры объекта состоят из единичного числа зерен, может возникать явление анизотропии. Анизотропия свойств не наблюдается для металлов, имеющих большие по сравнению с размером зерен линейные размеры, так как хаотически ориентированные механические свойства зерен в совокупности приводят к усредненным характеристикам, не зависящим от направления. В этой связи и была сформулирована модель материала в виде сплошной среды, имеющей одинаковые свойства во всех направлениях (рис. 2.10.3б).

**Механизм усталостного разрушения деталей.** Если детали подвержены действию переменных нагрузок, то при определенных значениях переменных напряжений, возникающих внутри их объема, начинают протекать процессы зарождения и развития трещин, что, в конечном итоге, может привести к внезапному разрушению этих деталей. Зарождение трещин связано с накоплением повреждений, а их количество зависит от числа циклов нагружения детали. Вероятность появления трещины больше там, где выше уровень напряжений, и в этом смысле опасными являются как номинальные, так и местные напряжения.

Процесс зарождения трещины случаен и в сильной степени зависит от размеров зерен. Кроме того, причиной ее возникновения могут быть пластические деформации сдвига, появляющиеся в отдельных неблагоприятно ориентированных зернах. Следы таких сдвигов можно наблюдать и при малом числе циклов нагружения. Они бывают заметными даже в деталях, отработавших лишь один процент времени от фактической долговечности. Опасным местом зарождения и роста трещины является также поверхностный слой, который из-за наличия шероховатостей и поверхностных напряжений сам является концентратором напряжений. Процесс пластического деформирования вблизи поверхности оказывается более легким, чем в толще материала. Этим можно объяснить тот факт, что почти все трещины, приводящие к разрушению, начинаются с поверхности. Ярким доказательством этого служит периодическая обработка поверхности с целью удаления дефектного слоя,

которая приводит к значительному увеличению срока службы детали, работающей в условиях переменного нагружения.

Механизм разрушения детали определяется многими факторами: неоднородностью структуры материала, наличием дефектов кристаллической решетки, примесей, включений и т. п. Возникновение микроскопических трещин, чаще всего связанное с перемещением дислокаций на границу зерна и их объединением, начинается в наиболее напряженных зонах. С течением времени трещины группируются, образуя макроскопические структуры протяженностью  $0,1 \div 0,5$  мм. Повреждения таких размеров, являясь дополнительными концентраторами, способны существенно изменить картину распределения напряжений, что значительно ускоряет процесс разрушения.

Скорость процесса роста трещины зависит также от температуры тела. Поскольку в процессе нагружения механическая система поглощает энергию, то ее температура при этом возрастает, что приводит к увеличению подвижности дислокаций и скорости роста трещин. Замедлить этот процесс можно с помощью теплоотвода.

Описанный выше тип разрушений является наиболее частой причиной поломки машин, однако именно он менее всего прогнозируем. Способность металла сопротивляться процессу накопления повреждений, вызванному переменным характером нагружения, называют выносливостью. В основе расчетов на выносливость лежат фундаментальные экспериментальные исследования поведения материалов в условиях их переменного нагружения. Остановимся на этом более подробно.



**Кривая выносливости и определение предела выносливости.** В большинстве случаев смена режимов нагружения происходит периодически (циклически). Это приводит к возникновению таких же переменных напряжений.

Для периодического нагружения важной характеристикой является цикл. Под циклом нагружения понимается совокупность переменных напряжений за время, равное одному периоду. За время цикла напряжение меняются в пределах  $\sigma_{\min} \leq \sigma \leq \sigma_{\max}$ , где  $\sigma_{\min}$  и  $\sigma_{\max}$  — наименьшее и наибольшее напряжения цикла. Для характеристики цикла можно использовать следующие параметры (рис. 2.10.4):

- среднее (постоянное) напряжение цикла

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad (2.10.4)$$

- амплитудное напряжение цикла

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}; \quad (2.10.5)$$

- коэффициент асимметрии

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}. \quad (2.10.6)$$

Рассмотрим несколько важных с практической точки зрения характерных циклов:

- симметричный (рис. 2.10.5a)

$$\sigma_{am} = \sigma_{\max} = -\sigma_{\min}, \quad \sigma_m = 0, \quad R = -1;$$

- асимметричный (рис. 2.10.5b)

$$abs(\sigma_{\max}) \neq abs(\sigma_{\min});$$

- пульсирующий положительный (рис. 2.10.5c)

$$\sigma_{\min} = 0, \quad \sigma_{am} = \sigma_m = \sigma_{\max} / 2, \quad R = 0;$$

- пульсирующий отрицательный (рис. 2.10.5d)

$$\sigma_{\max} = 0, \quad \sigma_{am} = -\sigma_m = -\sigma_{\min} / 2, \quad R = \pm\infty;$$

- постоянный (случай статического нагружения)

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\min} = \sigma_m, \quad \sigma_{am} = 0, \quad R = 1. \quad (2.10.7)$$

На практике наиболее просто реализовать случай симметричного нагружения (рис. 2.10.5a). В этом смысле он является базовым и лежит в основе исследований на выносливость.

Экспериментально построенная кривая, определяющая зависимость допустимого напряжения  $\sigma$  от числа циклов нагружения  $N$ , называется кривой выносливости. Чаще всего она строится по результатам испытания цилиндрических образцов на изгиб при их вращении. Следует отметить, что число циклов до разрушения — непостоянная величина, а потому корректное построение кри-

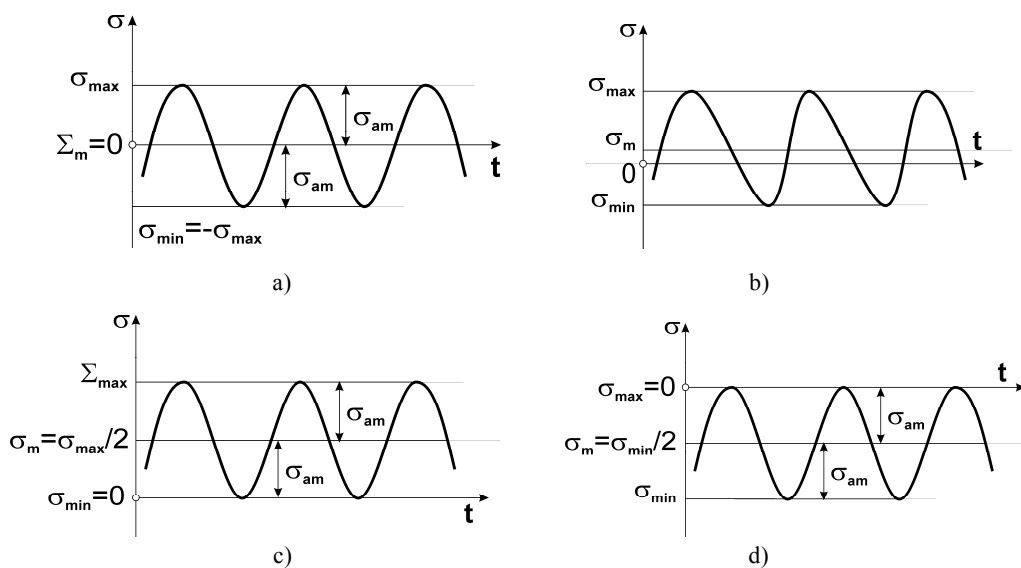


Рис. 2.10.5

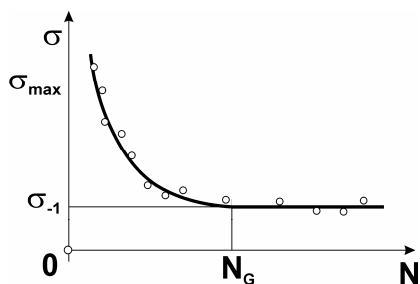


Рис. 2.10.6

вой выносливости требует довольно большого числа испытаний с последующей статистической обработкой полученных значений. В качестве примера на рис. 2.10.6 приведена кривая, отражающая данные эксперимента для образцов из углеродистой стали в условиях симметричного нагружения. Аналитическое уравнение этой кривой может быть записано в виде

$$\left. \begin{aligned} \sigma^m N &= const, & N \leq N_G \\ \sigma &= \sigma_{-1} = const, & N > N_G \end{aligned} \right\} \quad (2.10.8)$$

Здесь  $m$  — показатель степени, зависящий от материала и термообработки. Если нет более достоверных сведений, то величину показателя степени  $m$  можно оценить с помощью формулы

$$m = 5 + \frac{\sigma_b}{80}, \quad (2.10.8a)$$

где  $\sigma_b$  — предел прочности.

Как следует из рисунка, кривая выносливости делится на два участка. На первом степенная зависимость оказывается ярко выраженной, а на втором наблюдается асимптотическое стремление функции к пределу  $\lim_{N \rightarrow \infty} \sigma = \sigma_{-1}$ .

Уровень напряжений, соответствующий этому пределу и характеризующий усталостную прочность, называется пределом выносливости и обозначается  $\sigma_R$ , где нижний индекс равен коэффициенту асимметрии цикла. Так, в данном случае обозначение  $\sigma_{-1}$  говорит о том, что напряжение определяется для случая симметричного нагружения, для которого  $R = -1$ . Число циклов нагружения  $N_G$ , соответствующее границе перехода от первого участка ко второму, называется базовым числом циклов.

В области малых значений чисел циклов напряжения ограничены пределом прочности  $\sigma_b$ . Под малым значением чисел циклов следует понимать диапазон  $0 < N < 10^2$ , для которого нет необходимости учитывать переменный характер режима нагружения. Область  $10^2 < N < 10^3$  соответствует малоциклового усталости. Числа циклов, принадлежащие диапазону  $10^3 < N < \infty$ , составляют область многоциклового усталости. Следует отметить, что режим нагружения с малым числом циклов,  $N = 10^2 \div 10^3$ , на практике встречается редко и поэтому здесь не рассматривается. Все дальнейшие выводы относятся к области многоциклового усталости.

Параметры кривой выносливости определяются экспериментально, но для практического применения можно использовать приближенные зависимости, полученные с помощью обработки результатов огромного количества испытаний. Установлено, например, что предел усталостной прочности по нормальному изгибным напряжениям для сталей лежит в пределах  $\sigma_{-1} = (0,4 \div 0,5)\sigma_b$ , где  $\sigma_b$  — предел

прочности материала. Более точная зависимость описывается выражением  $\sigma_{-1} = (0,55 - 0,0001\sigma_b)\sigma_b$ .

Аналогично можно проводить испытания на кручение. Такие испытания по определению предела усталостной прочности по касательным напряжениям дали следующие результаты:

- для углеродистых и низколегированных сталей

$$\tau_{-1} = (0,5 \div 0,6)\sigma_{-1} \cong 0,25\sigma_b;$$

- для хрупких материалов (высокоуглеродистая сталь, чугун)

$$\tau_{-1} = 0,8\sigma_{-1}. \quad (2.10.9)$$

Сравнивая эти результаты с полученным ранее в (2.7.35) значением предела текучести при сдвиге в статике  $\tau_r = 0,5\sigma_r$  (или предела прочности  $\tau_b = 0,5\sigma_b$ ), приходим к выводу, что для углеродистых и низколегированных сталей соотношения, характеризующие статическую и усталостную прочности, аналогичны.

Опытным путем для сталей установлено, что базовое число циклов лежит в интервале  $N_G = (1 \div 3) \cdot 10^6$ , поэтому при отсутствии более достоверных сведений можно принимать  $N_G = 2 \cdot 10^6$ . Для некоторых материалов не удается обнаружить границу горизонтального участка. В этом случае используют понятие условного предела прочности. Под условным пределом прочности понимают напряжение, которое выдерживает образец при  $N = 10^8$  циклах нагружения.

**Влияние различных факторов на величину предела выносливости.** Значение предела выносливости в сильной степени зависит от размеров образца и состояния его поверхности, наличия местных напряжений, асимметрии цикла и т. п. Остановимся на каждом из этих факторов более подробно.

**1. Влияние местных напряжений.** Предел прочности снижается, если кроме основных (номинальных) напряжений в образце возникают напряжения местного характера, превосходящие основной уровень (рис. 2.10.7). Местные напряжения появляются в областях резкого изменения конфигурации детали, которые называются концентраторами. В качестве концентраторов могут выступать галтели, канавки, отверстия, шпоночные пазы, шлицевые участки и т. д.

Отметим, что разделение напряжений на номинальные и местные несколько условно. Современные численные методы расчета напряженно — деформированного состояния детали позволяют определить напряжения в любой точке, включая и местные напряжения, не разделяя их по признакам. Тем не менее существующая аналитическая методика предусматривает такое деление.

Для учета местных напряжений в областях размещения концентратора вводится понятие эффективного коэффициента концентрации напряжений  $K_\sigma$  для нормальных напряжений и  $K_\tau$  — для касательных

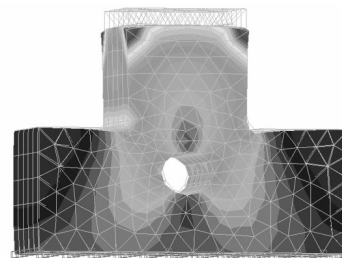


Рис. 2.10.7

(здесь и далее индекс  $\sigma$  у поправочных коэффициентов относится к нормальным напряжениям, а  $\tau$  — к касательным, или напряжениям сдвига).

Эффективный коэффициент концентрации напряжений представляет собой отношение предела выносливости стандартного образца без концентратора к пределу выносливости образца такого же размера, но с концентратором:

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1c}}; \quad K_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1c}}. \quad (2.10.10)$$

Значения  $K_{\sigma}$  и  $K_{\tau}$  можно определить через теоретические коэффициенты концентрации  $\alpha_{c\sigma}$  и  $\alpha_{c\tau}$ , которые равны отношениям соответствующих наибольших местных напряжений к номинальным. Тогда имеем

$$K_{\sigma} = 1 + q(\alpha_{c\sigma} - 1); \quad K_{\tau} = 1 + q(\alpha_{c\tau} - 1), \quad (2.10.11)$$

где  $q$  — коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений. Формула (2.10.11) является результатом обобщения экспериментальных данных о влиянии местных напряжений на усталостную прочность. Исследования показали, что коэффициент чувствительности материала  $q$  зависит исключительно от химического состава этого материала, и для практических расчетов можно воспользоваться усредненными значениями, приведенными в таблице 2.10.1. Однако этот способ довольно грубый, и ошибка при его применении достигает 25%.

Таблица 2.10.1 Рекомендуемые значения коэффициента чувствительности материала  $q$

Материалы	$q$
литые материалы	0,1 ÷ 0,2
среднеуглеродистые и низколегированные стали	0,4 ÷ 0,6
легированные стали	0,6 ÷ 0,7
высоколегированные стали	0,9

Значения коэффициентов  $\alpha_{c\sigma}$  и  $\alpha_{c\tau}$  рассчитываются методами теории упругости (см. главу 3.1) либо определяются экспериментально. Кроме того, возможно нахождение этих величин при помощи систем конечно-элементного анализа (глава 3.3), реализуемых на компьютере. Что касается коэффициентов концентрации  $K_{\sigma}$  и  $K_{\tau}$ , то для грубой ориентировочной оценки допустимо использовать следующие приближенные формулы:

- при отсутствии резких концентраторов напряжений для деталей с чисто обработанной поверхностью

$$K_{\sigma} = 1,2 + 0,2 \frac{\sigma_b - 400}{1100}; \quad (2.10.12)$$

$$K_{\tau} = K_{\sigma}.$$



- при наличии резких концентраторов

$$K_{\sigma} = 1,5 + 1,5 \frac{\sigma_b - 400}{1100};$$

$$K_{\tau} = K_{\sigma}. \quad (2.10.13)$$

**2. Влияние размеров детали.** С увеличением линейных размеров детали вероятность появления усталостных трещин также увеличивается, что предлагается учитывать введением масштабного коэффициента:

$$K_{d\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}}, \quad (2.10.14)$$

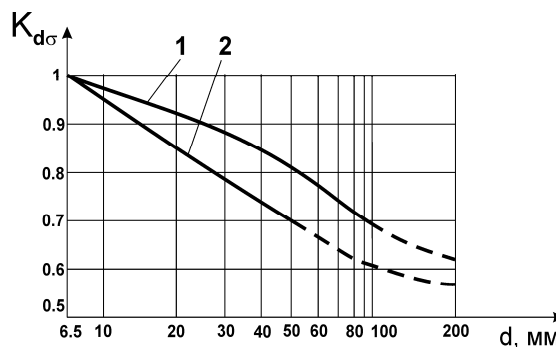
где  $\sigma_{-1d}$  — предел выносливости образца заданного размера;  $\sigma_{-1}$  — предел выносливости эталонного образца диаметром  $7 \div 10$  мм. Как показали многочисленные эксперименты, для работающих на изгиб геометрически подобных образцов имеют место зависимости, приведенные на рис. 2.10.8.

В тех случаях, когда достоверные сведения о значении масштабного фактора отсутствуют, рекомендуется использовать методы статистической теории подобия. Суть теории подобия применительно к усталостному разрушению состоит в следующем: твердое упругое тело представляется в виде совокупности звеньев цепи, разрушение одного из элементов которого приводит к усталостному разрушению всей цепи. При этом вероятность разрушения отдельно взятого элемента цепи не зависит от наличия других составляющих звеньев.

Сформулированный таким образом принцип независимого взаимодействия отдельных элементов цепи позволяет определить вероятность усталостного неразрушения упругих тел умножением вероятностей неразрушения отдельных звеньев цепи (теорема умножения вероятностей, глава 1.1). Используя этот принцип, можно сравнить два образца, один из которых является эталонным, и посредством такого сравнения найти величину масштабного фактора требуемой детали. Более подробную информацию о теории подобия можно получить из специальной литературы (например, [19]).

**3. Влияние состояния поверхности.** Влияние состояния поверхности на величину предела усталостной прочности характеризуется коэффициентом качества поверхности, который численно равен отношению предела выносливости образца с фактическим состоянием поверхности к пределу выносливости геометрически подобного образца с полированной поверхностью:

$$K_{F\sigma} = \frac{\sigma'_{-1}}{\sigma_{-1}}; \quad K_{F\tau} = \frac{\tau'_{-1}}{\tau_{-1}}. \quad (2.10.15)$$

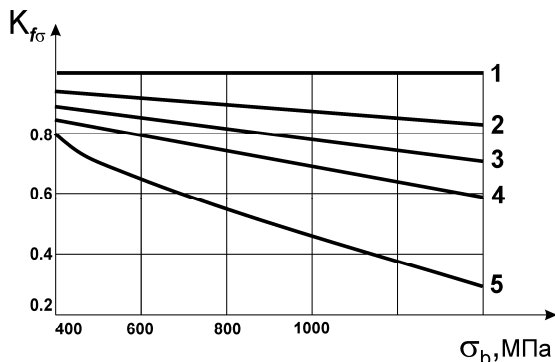


1 — углеродистые стали; 2 — легированные стали

Рис. 2.10.8

Экспериментально установлены следующие соотношения для расчета коэффициентов качества поверхности стальных образцов ( $Rz \cong 4Ra$  — высота шероховатости поверхностного слоя):

$$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \lg Rz \left( \lg \frac{\sigma_b}{20} - 1 \right), \quad Rz > 1 \text{ мкм}; \quad K_{F\sigma} = 1, \quad Rz < 1 \text{ мкм};$$



1 — полирование; 2 — шлифование; 3 — тонкое точение; 4 — грубое точение; 5 — необработанная после прокатки

Рис. 2.10.9

$$\frac{1}{K_{F\tau}} = 0.575 \frac{1}{K_{F\sigma}} + 0.425.$$

Чем прочнее материал, тем более он чувствителен к состоянию поверхности (рис. 2.10.9). В том случае, если нет достоверных сведений относительно коэффициентов  $K_F$ , при расчете следует принимать их равными единице, а приближенность выбора компенсировать соответствующим подбором коэффициентов запаса.

**4. Влияние асимметрии цикла.** В случае симметричного нагружения переменной нагрузкой можно определить значения коэффициентов запаса по нормальным и касательным напряжениям. Коэффициентом запаса усталостной прочности  $n$  назовем отношение предела выносливости к номинальному значению амплитудного напряжения. Таким образом, по определению для эталонного образца запас прочности по нормальным и касательным напряжениям равен

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{am}}; \quad n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{am}}. \quad (2.10.16)$$

Для детали, имеющей отличные от эталонной размеры и чистоту поверхности, а также концентраторы напряжений, соотношения (2.10.16) переписываются в виде

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K\sigma_{am}}; \quad n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K\tau_{am}}. \quad (2.10.17)$$

Здесь  $K$  — коэффициент снижения предела выносливости, равный

- для нормальных напряжений:

$$K = \left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \frac{1}{K_V};$$

- для касательных напряжений

$$K = \left( \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \frac{1}{K_V}, \quad (2.10.18)$$

где  $K_V$  — коэффициент упрочнения поверхности в зависимости от термической, механической и других видов обработки. Значения этого коэффициента приводятся в литературе по выносливости, например, в [19].

В общем случае нагружение асимметрично. Влияние асимметрии цикла на предел прочности при переменных режимах характеризуется диаграммой предельных амплитуд (рис. 2.10.10, кривая 1), которая позволяет определить значение предела прочности в зависимости от амплитудного и среднего напряжений. Приведенная диаграмма соответствует случаю растяжения; если речь идет о чистом сдвиге (кручении), то характер кривой не меняется, поэтому нужно везде символ  $\sigma$  заменить на  $\tau$ . График построен таким образом, что по горизонтали отложены средние напряжения цикла  $\sigma_m$ , а по вертикали — амплитудные значения напряжения  $\sigma_{am}$ . Очевидно, что при симметричном нагружении (см. 2.10.7) максимальное значение по вертикали соответствует пределу выносливости, т. е.  $OD = \sigma_{-1}$ , а по горизонтали — пределу прочности,  $OC = \sigma_b$ .

Экспериментальная кривая предельных амплитуд, вообще говоря, имеет сложный вид, но при практическом использовании может быть приближенно заменена отрезком прямой, проведенной через точки  $\sigma_{-1}$  и  $\sigma_b$ . Такая замена не приводит к серьезным погрешностям, так как фактическое значение запаса прочности оказывается несколько больше расчетного. Упрощенная диаграмма предельных амплитуд изображена на рис. 2.10.10, линия 2. Отметим, что на этой диаграмме проведена линия границы, при переходе которой наблюдаются остаточные пластические явления (зона 3). Линия границы пластического деформирования очерчена отрезком прямой, пересекающим оси координат в точках  $(\sigma_r, 0)$  и  $(0, \sigma_r)$ .

Очевидно, что диаграммы всех прочих циклов нагружения будут находиться внутри предельной, заданной линией 2. Обозначим через  $A$  некоторую рабочую точку цикла при произвольном асимметричном нагружении. Так как точка  $B$  соответствует предельно допустимому состоянию, то, исходя из определения, коэффициент запаса в этом случае равен

$$n = \frac{OB}{OA}. \quad (2.10.19)$$

С учетом поправок на концентрацию напряжений, а также поверхностный и масштабный коэффициенты, координаты точки  $A$  равны: по горизонтали — среднему значению цикла  $\sigma_m$ , по вер-

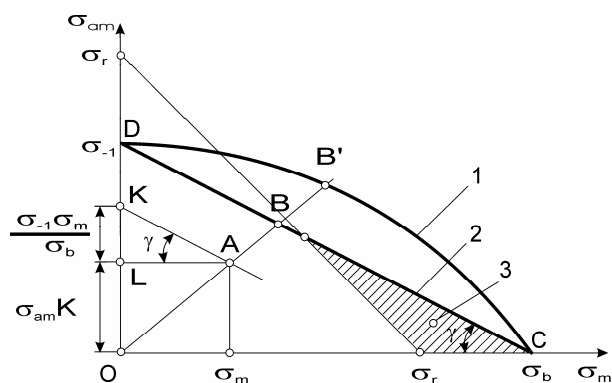


Рис. 2.10.10

тикали — значению  $OL = \sigma_{am} K$ . Проведем через точку  $A$  прямую, параллельную  $CD$ . Из подобия треугольников  $OBD$  и  $OAK$  следует, что  $\frac{OB}{OA} = \frac{OD}{OK}$ , где  $OK = OL + KL$ . Кроме того, из геометрических соображений очевидно соотношение  $KL = \sigma_m \operatorname{tg} \gamma$ . Введем обозначения  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_b} = \psi_\sigma$ ;  $\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{\tau_{-1}}{\tau_b} = \psi_\tau$ . Тогда выражение (2.10.19) для определения коэффициента запаса может быть записано в виде

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K\sigma_{am} + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_e};$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K\tau_{am} + \psi_\tau \tau_m} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_e}. \quad (2.10.20)$$

Коэффициенты  $\psi_\sigma$  и  $\psi_\tau$  называются коэффициентами асимметрии ц и к л а. Их значения определяются экспериментально, а для аналитического описания рекомендуются следующие зависимости:

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_b; \quad \psi_\tau = 0,01 + 10^{-4} \sigma_b.$$

Полученный результат показал, что асимметричное нагружение при расчете можно свести к симметричному. При этом величины эквивалентных напряжений  $\sigma_e$  и  $\tau_e$  равны

$$\sigma_e = K\sigma_{am} + \psi_\sigma \sigma_m. \quad (2.10.21)$$

$$\tau_e = K\tau_{am} + \psi_\tau \tau_m. \quad (2.10.22)$$

**Расчет статической прочности.** При выполнении усталостного расчета необходимо проводить проверку статической прочности. Тогда для коэффициентов запаса имеем:

- по нормальным напряжениям:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_r}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_r}{\sigma_{am} + \sigma_m}; \quad (2.10.23)$$

- по касательным напряжениям

$$n_\tau = \frac{\tau_r}{\tau_{\max}} = \frac{\tau_r}{\tau_{am} + \tau_m}. \quad (2.10.24)$$

Здесь  $\sigma_r$  и  $\tau_r$  — значения пределов текучести по нормальным и касательным напряжениям.

Задача усложняется, если имеет место случай одновременного нагружения как нормальными, так и сдвигающими напряжениями. Для выполнения этого расчета следует от совокупности двух нагружений перейти к эквивалентному растя-

жению, результатом которого будет возникновение эквивалентного напряжения  $\sigma_{ee}$ . Тогда

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{ee}}. \quad (2.10.25)$$

Для удобства расчетов запишем квадрат обратной величины коэффициента запаса, воспользовавшись гипотезой прочности по наибольшим касательным напряжениям (2.8.23):

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\sigma_e^2 + 4\tau_e^2}{\sigma_{-1}^2} = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_{-1}^2} + 4 \frac{\tau_e^2}{\sigma_{-1}^2}. \quad (2.10.26)$$

Так как для случая чистого сдвига справедливо соотношение (2.10.9), а именно  $\tau_{-1} \cong 0,5\sigma_{-1}$ , то из (2.10.26) находим

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2}. \quad (2.10.27)$$

Запишем далее выражение для расчета коэффициента запаса в общем случае произвольного нагружения. Напряженное состояние, как обычно, будем характеризовать главными напряжениями  $\sigma_1, \sigma_2$  и  $\sigma_3$ . При этом среднее напряжение  $\sigma_2$  не оказывает заметного влияния на процесс разрушения, а потому эквивалентное напряжение  $\sigma_{ee}$  согласно третьей теории прочности (2.7.23) равно

$$\sigma_{ee} = \sigma_{e1} - \sigma_{e3}, \quad (2.10.28)$$

где  $\sigma_{e1}$  и  $\sigma_{e3}$  — наибольшее и наименьшее эквивалентные напряжения, действующие в наиболее опасной точке,

$$\begin{aligned} \sigma_{e1} &= K\sigma_{am1} + \psi_\sigma\sigma_{m1}; \\ \sigma_{e3} &= K\sigma_{am3} + \psi_\sigma\sigma_{m3}. \end{aligned} \quad (2.10.29)$$

Условие прочности в общем виде записывается как

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{(\sigma_{e1} - \sigma_{e3})}. \quad (2.10.30)$$

Следует отметить, что условие прочности (2.10.30) считается выполненным, если значение коэффициента запаса лежит в пределах  $n = 1,5 \div 2,5$ . Выбор значений внутри указанного интервала определяется степенью ответственности детали, для которой выполняется указанный расчет.

Напомним, что проведенное выше рассмотрение справедливо только тогда, когда число циклов  $N$  превышает базовое,  $N_G < N < \infty$ . Для диапазона  $10^3 < N < N_G$ , как следует из кривой выносливости (2.10.6), расчет ведется не по

пределу длительной прочности  $\sigma_{-1}$ , а по напряжению, равному  $\sigma_{-1} \sqrt[m]{\frac{N_G}{N}}$ , где  $N$  — фактическое число циклов нагружения, а показатель степени  $m$  для произвольных деталей вычисляется по уточненной относительно (2.10.8а) формуле

$$m = \frac{1}{K_d} \left( 5 + \frac{\sigma_b}{80} \right).$$

Окончательное выражение для коэффициента запаса в указанной области имеет вид

$$n = \frac{\sigma_{-1} \sqrt[m]{\frac{N_G}{N}}}{\sigma_{ee}}. \quad (2.10.31)$$

По формулам (2.10.29) — (2.10.30) коэффициент запаса рассчитывается и в том случае, когда внешняя нагрузка постоянна во времени.

Методика расчета усложняется, если внешняя нагрузка переменна во времени, а при каждом уровне нагружения действует определенное число циклов. Например, большой практический интерес вызывает случай блочного нагружения, который представляет собой совокупность повторяющихся блоков нагружения (рис. 2.10.11). Каждый блок состоит из нескольких ступеней нагружения, а каждая из ступеней характеризуется амплитудным напряжением  $\sigma_{ami}$  и числом его повторений в блоке  $V_{ib}$ . Напомним, что число повторений амплитуд напряжений определяет число циклов нагружения.

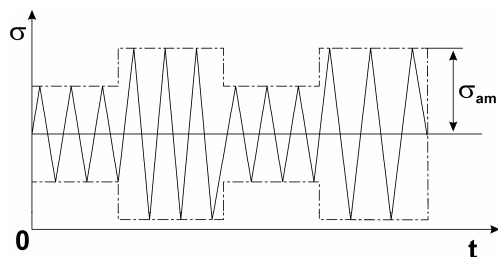


Рис. 2.10.11

Характер изменения напряжений в блоке суть асимметричный циклический процесс, подобный рассмотренному выше (см. 2.10.25). В соответствии с описанной методикой такой режим переменного нагружения сводится к эквивалентному симметричному, амплитуда которого согласно (2.10.21) равна

$$\sigma_{amei} = \sigma_{ami} + \psi_{\sigma} \sigma_{mi}. \quad (2.10.32)$$

Здесь все поправочные коэффициенты, входящие в (2.10.21), приняты равными единице. Аналогично можно переписать выражение (2.10.22) для эквивалентной амплитуды по касательным напряжениям.

Для полной характеристики блочного режима необходимо также определить числа циклов нагружения на каждой из амплитуд. Все эти характеристики мож-

но извлечь либо из осциллограмм нагружения, полученных в результате прямых испытаний, либо по принятым прототипам, подобным фактическим условиям нагружения. Обработку осциллограмм обычно выполняют с помощью компьютера.

**Расчет на прочность и долговечность при переменном характере изменения напряжения.** Переменное во времени нагружение детали может быть описано гистограммой относительного нагружения, показанной на рис. 2.10.12. Здесь по вертикальной оси отложено значение текущего напряжения, вызванного внешними силовыми факторами, а по горизонтальной — число циклов действия этих напряжений. Такой график нагружения может быть построен для проектируемого оборудования исходя либо из характера заданного внешнего нагружения, либо из характера нагружения работающего прототипа. Иными словами, гистограмму можно получить по известному графику зависимости нагрузки от времени. Кроме того, для выполнения расчета предлагаются готовые прототипы режимов, к которым можно свести режим работы проектируемого оборудования. Эти прототипы представлены в виде графиков и приведены в литературе. Использование прототипа значительно облегчает аналитический расчет долговечности при переменном характере нагружения.

Расчет долговечности при переменном характере внешнего нагружения проводится на основе гипотезы линейного суммирования. Согласно этой гипотезе усталостное повреждение, вносимое напряжением  $\sigma_i$ , составляет некоторую долю, равную  $N_i / N_{0i}$ , от полного повреждения, соответствующего появлению усталостных трещин и разрушению (рис. 2.10.13). Здесь под  $N_i$  понимается фактическое число циклов нагружения при напряжении  $\sigma_i$ , а под  $N_{0i}$  — предельное при данном уровне напряжений число циклов нагружения, определяемое из кривой выносливости. Разрушение наступает тогда, когда выполняется условие

$$\sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N_{0i}} = 1, \quad (2.10.33)$$

где  $k$  — полное число уровней напряжений. Выражение (2.10.33) представляет собой аналитическое выражение гипотезы линейного суммирования повреждений.

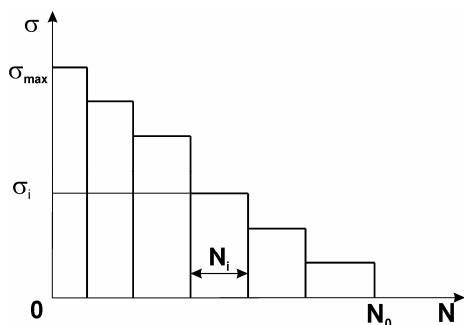


Рис. 2.10.12

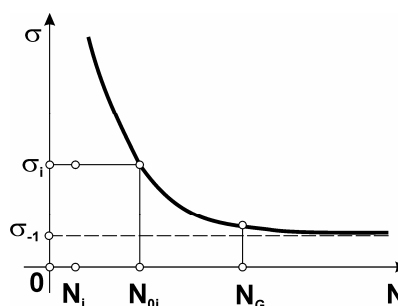


Рис. 2.10.13

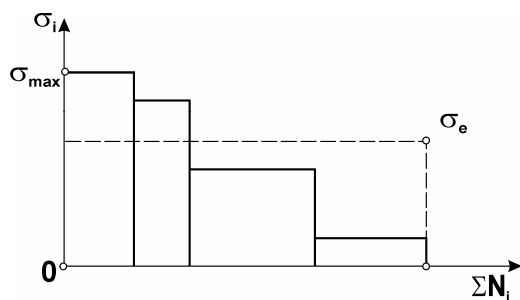


Рис. 2.10.14

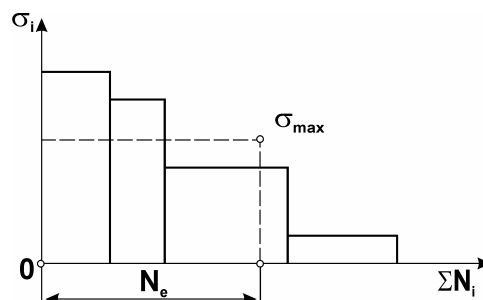


Рис. 2.10.15

Как следует из уравнения кривой выносливости (2.10.8), на криволинейном участке (при  $10^3 < N_i < N_G$ ) это уравнение можно представить в виде

$$N_{0i} = \frac{\sigma_{-1}^m N_G}{\sigma_i^m}. \quad (2.10.34)$$

Подставляя (2.10.34) в (2.10.33), находим

$$\sum_{i=1}^k N_i \sigma_i^m = \sigma_{-1}^m N_G. \quad (2.10.35)$$

Суть метода расчета заключается в приведении рассматриваемого переменного режима к эквивалентному постоянному с напряжением  $\sigma_e$  (рис. 2.10.14) и числом

циклов нагружения  $N_0 = \sum_{i=1}^k n_i$ , равным сумме чисел циклов переменного режима.

Под эквивалентным понимается такой режим постоянного нагружения, который вызывает за одинаковый период времени такое же усталостное разрушение, что и рассматриваемый переменный.

Используя уравнение кривой выносливости (2.10.8), запишем

$$\sigma_{-1}^m N_G = \sigma_e^m N_0, \quad (2.10.36)$$

откуда с учетом (2.10.35) получаем

$$\sigma_e = \left[ \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^k N_i \sigma_i^m \right]^{\frac{1}{m}}. \quad (2.10.37)$$

В некоторых случаях оказывается удобным привести переменное нагружение к постоянному с напряжением  $\sigma_{\max}$ , равным наибольшему значению напряжения при переменном режиме. Очевидно, что при таком варианте эквивалентного приведения число циклов до разрушения, называемое эквивалентным числом циклов  $N_e$  (рис. 2.10.15), будет меньше полного числа циклов. Эквивалентное



число циклов, по аналогии с (2.10.36), определяется из уравнения

$$\sigma_{-1}^m N_G = \sigma_{\max}^m N_e,$$

откуда, с учетом (2.10.33), получаем

$$N_e = \sum_{i=1}^k N_i \frac{\sigma_i^m}{\sigma_{\max}^m}. \quad (2.10.38)$$

Выбор формы приведения переменного режима к постоянному — с эквивалентным напряжением (2.10.37) или с эквивалентным значением числа циклов (2.10.38) — зависит от характера решаемой задачи и предпочтений разработчиков конкретных методик.

Описанный метод приведения переменного режима нагружения к постоянному в полной мере относится и к случаю случайного нагружения.

**Схематизация процесса усталостного разрушения при случайном изменении напряжений.** Рассмотренные выше зависимости относятся к регулярным законам изменения напряжений во времени и в большой степени носят частный характер. Методика расчета при случайном нагружении (когда внешняя нагрузка переменна во времени и не может быть описана периодической функцией) отличается от расчета режима циклического нагружения. В общем случае характер изменения напряжений случаен, что, в конечном итоге, вынуждает воспользоваться методами схематизации.

Экспериментальные исследования показывают, что из всех известных методов схематизации наиболее полно отражают физическую сущность процесса разрушения *метод дождя* и *метод полных циклов*. Эти два метода приводят к близким результатам, а потому ниже кратко рассмотрим в качестве примера метод полных циклов.

Основой для расчетов в области случайных нагружений является кривая напряжений, записанная в процессе наблюдения в течение некоторого промежутка времени (рис. 2.10.16а). Процесс обработ-

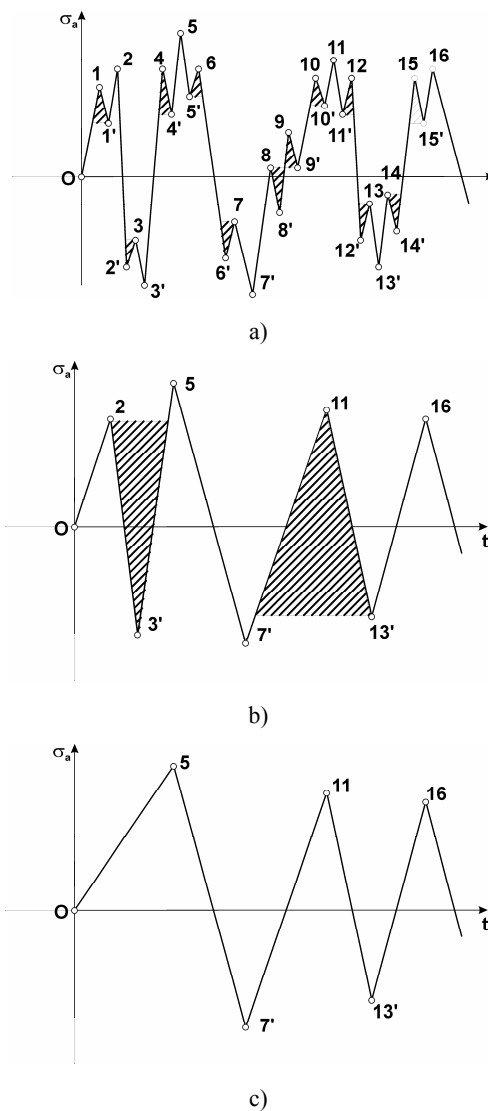


Рис. 2.10.16

ки кривой напряжений по методу полных циклов начинается с нахождения максимумов и фиксации размахов локальных высот (рис. 2.10.16а) с их последующим отбрасыванием (рис. 2.10.16б). Результаты подсчета количества циклов и соответствующих им амплитуд сохраняются и заносятся в таблицу (таблица 2.10.2). По мере увеличения высот график схематизированной кривой становится реже (рис. 2.10.16с). Кроме амплитудных значений, следует хранить и средние значения подсчитанных напряжений. Все эти данные позволяют представить кривую случайного нагружения как совокупность блочных режимов. Дальнейшая обработка блочного режима нагружения дает возможность свести его к режиму симметричного знакопеременного нагружения, которое вызывает процесс разрушения, аналогичный процессу разрушения при случайном нагружении. Эти операции приведения удобно выполнять с помощью компьютера.

Таблица 2.10.2. Значения размахов напряжений, выделенные методом полных циклов

Обозначение	$2\sigma_{ami}$ , МПа	Обозначение	$2\sigma_{ami}$ , МПа	Обозначение	$2\sigma_{ami}$ , МПа
1—1'	8	9—9'	8	2—3'	48
2'—3	6	10—10'	7	11—13'	46
4—4'	10	11'—12	8,5	5—7'	58
5'—6	6,5	12—13'	9,5	16—16'	41
6'—7	9	14—14'	9		
8—8'	10	15—15'	10,5		