

Как уже говорилось выше, железобетон — это анизотропный материал сложной структуры, характеризующийся нелинейной зависимостью между напряжениями и деформациями. Железобетон состоит из двух различных по физико-механическим свойствам материалов — бетона и стальной арматуры — которые совместно, как единое целое, воспринимают внешние воздействия. Соединение двух материалов с различными прочностными и деформационными характеристиками рождает совершенно новое качество, которое в полной мере не может быть описано в рамках теории сопротивления упругих материалов. На напряженно-деформированное состояние железобетонных конструкций влияет множество факторов, таких как нелинейные деформации бетона, ползучесть, усадка, образование трещин в растянутой зоне и т. д. Эти свойства, в свою очередь, определяются характеристиками бетона и арматуры, а также способом и технологией армирования, конструктивными особенностями, видом напряженного состояния, характером и длительностью нагружения. Все это обуславливает сложность построения теории прочности железобетонных элементов. В этой связи большое значение приобретают экспериментальные исследования, дающие возможность получать достоверные опытные данные о реальных напряженно-деформированных состояниях элементов на различных стадиях нагружения внешней нагрузкой.

Исторически при разработке методов расчета железобетона было пройдено три принципиально различных этапа. На начальном этапе использовался метод расчета по допускаемым напряжениям. Затем, по мере накопления опытных данных, был осуществлен переход к более точному методу расчета по стадии разрушения. Начиная с 1955 г. в нашей стране принят новый метод расчета — по *предельным состояниям*, который положен в основу современной теории расчета и проектирования строительных конструкций, в том числе бетонных и железобетонных. Такой метод расчета закреплен в действующем Своде Правил по проектированию и строительству СП 52-101-2003.

Для того чтобы разобраться в сущности предлагаемых решений, рассмотрим некоторые примеры напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций и процессы, протекающие в бетоне и арматуре.

4.1. ЦЕНТРАЛЬНОЕ СЖАТИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ

Элементы железобетонных конструкций, находящиеся под действием осевой центральной сжимающей нагрузки N , армируются продольной и поперечной арматурой (поперечными стержнями или хомутами). Поперечная арматура, во-первых, играет роль препятствия боковому выпучиванию продольной арматуры

при сжатии, а во-вторых, обеспечивает надежное соединение продольных стержней в плоские или пространственные каркасы (рис. 4.1).

При центральном нагружении прямолинейного стержня усилием сжатия в реальных условиях эксплуатации взаимное сцепление между бетоном и арматурой не нарушается, что приводит к совместным перемещениям бетона и арматуры и равенству деформаций в арматурных стержнях и прилегающем слое бетона:

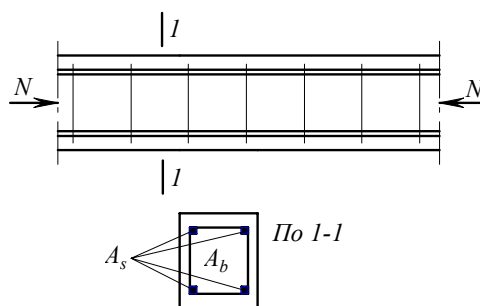


Рис. 4.1

Обозначив относительную деформацию арматуры как ε_s , а бетона как ε_b , с учетом (2.10) запишем условие совместности перемещений арматуры и бетона:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_b; \quad \varepsilon_s = \sigma_s / E_s; \quad \varepsilon_b = \sigma_b / E'_b = \sigma_b / \bar{\nu} E_b, \quad (4.1)$$

где σ_s и σ_b — действующие напряжения сжатия в арматуре и бетоне соответственно.

Кроме того, для случая центрального сжатия справедливо уравнение равновесия

$$N = \sigma_b A + \sigma_s A_s, \quad (4.2)$$

в котором A и A_s — площади нормального сечения бетона и продольной арматуры. Из уравнения совместности перемещений (4.1) получаем

$$\sigma_s = \sigma_b E_s / \bar{\nu} E_b = \sigma_b \alpha / \bar{\nu}. \quad (4.3)$$

Здесь α — коэффициент приведения площади сечения арматуры к бетону, равный

$$\alpha = E_s / E_b. \quad (4.4)$$

Введем далее коэффициент армирования μ как отношение площади поперечного сечения арматуры A_s к рабочей площади поперечного сечения бетона A ,

$$\mu = A_s / A, \quad (4.5)$$

Подставляя полученные напряжения (4.3) в уравнение равновесия (4.2), с учетом (4.5) находим

$$\sigma_b = \frac{N}{A(1 + \alpha\mu / \bar{\nu})}. \quad (4.6)$$

Из выражений (4.3) и (4.6) видно, что напряжения в бетоне и арматуре зависят от коэффициента упругости $\bar{\nu}$, который в связи с ползучестью с течением времени уменьшается. Это приводит к снижению напряжений в бетоне и увеличению связанных с ними соотношением (4.2) напряжений в арматуре. Следовательно, в сжатом железобетонном элементе происходит постепенное перераспределение внутренних усилий между бетоном и арматурой во времени.

Разрушение будет наступать тогда, когда величина действующих напряжений в бетоне станет равной значению предела прочности на сжатие, $\sigma_b = R_b$. Так как при разрушении $\bar{\nu} \cong 0,25$, то согласно (4.3) предельное напряжение в арматуре равно

$$\sigma_s = R_b \alpha / \bar{\nu} \cong 4R_b \alpha.$$

4.2. НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

Напряженно-деформированное состояние железобетонного образца при растяжении описывается принципиально иначе, чем при сжатии.

Процесс центрального растяжения прямолинейного железобетонного стержня по мере увеличения нагрузки можно условно разделить на три стадии.

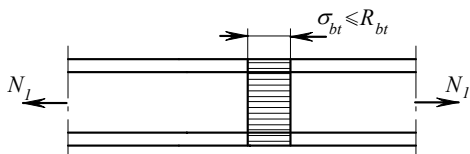


Рис. 4.2

Первая стадия нагружения проходит при нагрузках $N_l < N_{crc}$, где N_{crc} — величина критического усилия, вызывающего появление трещины. Эта стадия характеризуется работой бетона до его разрушения, а именно до того момента, когда напряжения в бетоне меньше предела его прочности на растяжение $\sigma_{bt} \leq R_{bt}$ и одинаковы во всех сечениях (рис. 4.2). Деформации бетона и арматуры в этом случае можно считать равными, так как сцепление бетона с арматурой в контакте не нарушено. Тогда по аналогии со сжатием запишем

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{bt} = \sigma_{bt} / E'_{bt} = \sigma_{bt} / \nu_t E_b. \tag{4.7}$$

Напряжения в арматуре

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s = \sigma_{bt} E_s / \nu_t E_b = \sigma_b \alpha / \nu_t. \tag{4.8}$$

По мере увеличения внешней нагрузки первая стадия завершается. Это происходит в тот момент, когда напряжения в бетоне достигают предела прочности на растяжение (рис. 4.3). При этом деформации, согласно (4.8), равны

$$\varepsilon_{bt} = R_{bt} / \nu_t E_b. \tag{4.9}$$

Поскольку, как следует из опытных данных, $\bar{\nu}_t = 0,5$, то $\varepsilon_{bt} = 2R_{bt} / E_b$, а напряжения в арматуре

$$\sigma_s = R_{bt} \alpha / \nu_t = 2\alpha R_{bt}. \quad (4.10)$$

Граничное усилие N_{crc} , при котором происходит возникновение трещин, складывается из усилий в бетоне и арматуре:

$$N_{crc} = R_{bt} A + 2\alpha R_{bt} A \varepsilon_s = R_{bt} (A + 2\alpha A \varepsilon_s). \quad (4.11)$$

Если нагрузка продолжает возрастать, то при $N_2 \geq N_{crc}$ напряженно-деформированное состояние вступает во вторую стадию, характеризующуюся появлением в бетоне трещин. Напряжения в бетоне в этот момент превышают значение предела прочности при растяжении (рис. 4.3). Расстояния между трещинами по длине примерно равны, т. е. периодичность появления трещин можно характеризовать равномерным шагом.

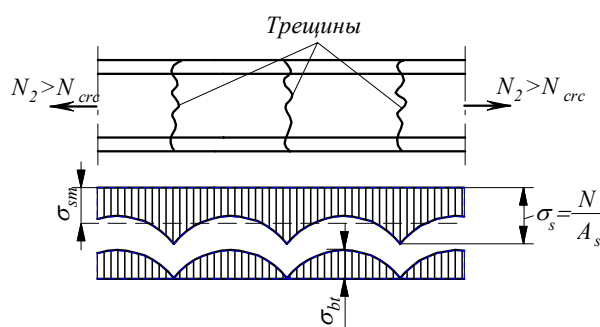


Рис. 4.3

Образование трещин кардинально меняет картину распределения напряжений в бетоне и в элементах арматуры (см. рис. 4.3). Из рисунка видно, что в местах появления трещин напряжения в бетоне оказываются нулевыми, а в аналогичных точках арматуры, напротив, достигают наибольших значений. Таким образом, в сечениях, проходящих через трещины, работает только арматура, а в остальных сечениях — арматура совместно с бетоном. Вклад бетона в сопротивление растяжению возрастает по мере удаления от трещины; напряжения в бетоне при этом увеличиваются, а в арматуре уменьшаются.

Для учета работы бетона на участках между трещинами вводится коэффициент ψ_s , равный отношению средних напряжений в арматуре на участке между трещинами к наибольшим напряжениям:

$$\psi_s = \frac{\sigma_{sm}}{\sigma_s}. \quad (4.12)$$

Зависимость напряжений в арматуре от деформаций на рассматриваемом участке можно представить в виде

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s = \frac{\varepsilon_{sm}}{\psi_s} E_s = \varepsilon_{sm} E_{sm}, \tag{4.13}$$

где $E_{sm} = E_s / \psi_s$ — средний модуль упругости растянутой арматуры с учетом работы бетона между трещинами.

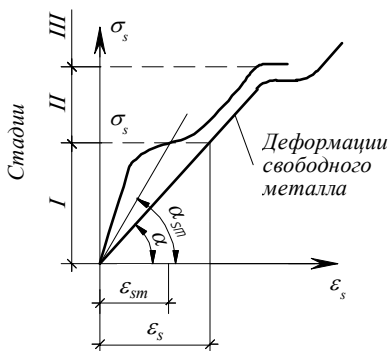


Рис. 4.4

На рис. 4.4 показан график зависимости деформаций от напряжений в арматуре в свободном состоянии при ее совместном с бетоном деформировании.

Геометрический смысл среднего модуля упругости E_{sm} заключается в том, что он представляет собой тангенс угла наклона secущей в точке с заданным напряжением:

$$E_{sm} = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_{sm}} = \operatorname{tg} \alpha_{sm}. \tag{4.14}$$

На последней, третьей стадии напряжение в арматуре достигает значения, равного временному сопротивлению σ_u . Железобетонный элемент разрушается при нагрузке

$$N = \sigma_u A_s. \tag{4.15}$$

4.3. АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ИЗГИБЕ

В основе методики расчета железобетонных конструкций на изгиб лежат опытные данные, накопленные за долгие годы лабораторных испытаний. Эти данные свидетельствуют о том, что по мере увеличения изгибающего момента M рассматриваемый железобетонный элемент последовательно проходит три принципиально различные стадии напряженно-деформированного состояния.

Первая стадия характеризуется отсутствием трещин в растянутой части бетона. Это соответствует уровню действующих напряжений растяжения σ_{bt} ниже предела прочности на растяжение R_{bt} . Бетон и арматура в растянутой зоне при этом работают совместно. Полная картина напряженно-деформированного состояния представляется в виде, изображенном на рис. 4.5, а. На начальном этапе первой стадии характерна линейная зависимость перемещений от нагрузки и небольшие величины напряжений в бетоне и арматуре. Эпюры нормальных напряжений в бетоне сжатой и растянутой зон сечения имеют треугольный вид,

поэтому применение в этом случае методов теории сопротивления материалов является абсолютно оправданным.

Постепенно, с повышением уровня нагружения, в растянутой зоне накапливаются неупругие деформации, которые приводят к искажениям линейной зависимости эпюры напряжений (рис. 4.5, б). Однако эпюра напряжений в нелинейной области на первой стадии без существенных искажений может быть аппроксимирована участком с постоянным значением напряжений (рис. 4.5, в). Именно такая модель принимается при дальнейших расчетах.

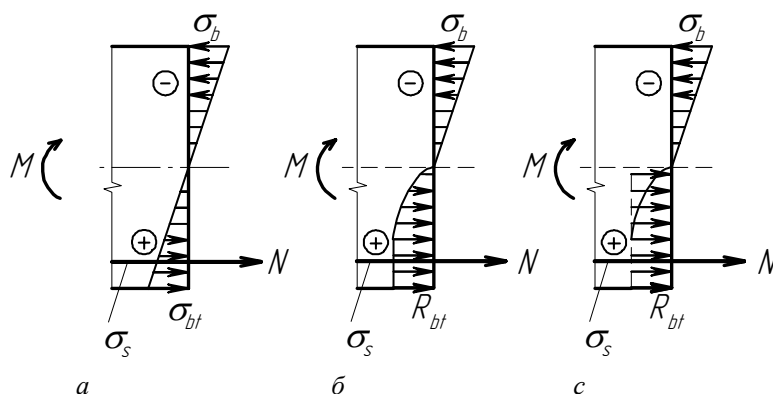


Рис. 4.5

Заканчивается первая стадия в тот момент, когда напряжения в бетоне в растянутой зоне достигают величины расчетного сопротивления бетона растяжению R_{bt} .

Началом **второй стадии** является факт появления трещин в растянутой зоне бетона. Возникающие в бетоне наибольшие напряжения растяжения σ_{bt} будут выше, чем расчетное сопротивление бетона растяжению R_{bt} . В том месте растя-



Рис. 4.6

нутой зоны, где образовались трещины, растягивающее усилие воспринимается арматурой и участком растянутого бетона, расположенном над трещиной. Образовавшаяся трещина приводит к перераспределению напряжений в сечении — в

интервалах между трещинами в растянутой зоне бетона сцепление арматуры с бетоном сохраняется, но по мере удаления от краев трещины растягивающие напряжения в бетоне увеличиваются, а в арматуре уменьшаются (рис. 4.6, *а*). При дальнейшем повышении действующей на элемент нагрузки в бетоне сжатой зоны появляются значительные неупругие деформации, а эпюра напряжений сжатия бетона существенно искажается.

Признаком окончания второй стадии напряженно-деформированного состояния является момент, при котором наблюдаются заметные неупругие деформации арматуры.

Момент появления заметных пластических деформаций арматуры является, в свою очередь, началом **третьей стадии** разрушения. Далее с увеличением нагрузки напряжения в арматуре достигают значения предела текучести σ_y или $\sigma_{0,2}$, а напряжения сжатия бетона возрастают до значения расчетного сопротивления бетона сжатию (предела прочности) R_b . Эпюра напряжений сжатия интенсивно трансформируется и принимает форму, показанную на рис. 4.6, *б*. Для упрощения расчетов эта эпюра может быть заменена прямоугольником с высотой R_b (рис. 4.6, *б*). Разрушение железобетонного элемента начинается с арматуры растянутой зоны и заканчивается интенсивным выкрашиванием бетона сжатой зоны.

Описанный выше случай разрушения назовем первым вариантом третьей стадии. Он, однако, не является единственно возможным. Разрушение по второму варианту происходит в так называемых *переармированных* конструкциях, т. е. содержащих избыточное количество растянутой арматуры. Оно характеризуется тем, что напряжения в арматуре достигают предела текучести позже, чем напряжения сжатия бетона становятся равными R_b . При таком варианте развития событий разрушение бетонного образца при переходе от второй стадии напряженного состояния к третьей наступает мгновенно.

Сечения, расположенные на различных расстояниях по длине железобетонного элемента, испытывающие действие различных по величине изгибающих моментов, могут одновременно находиться на разных стадиях напряженно-деформированного состояния.

4.4. РАСЧЕТ ПО ДОПУСКАЕМЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

Этот метод основан на предположении, что железобетон представляет собой упругий материал, а характерная для этого вида материала нелинейность учитывается заданием некоторых усредненных механических характеристик. В таком случае при расчетах можно использовать методы, разработанные в классической теории сопротивления материалов.

В этой постановке задачи расчет проводится по второй стадии напряженно-деформированного состояния при изгибе с учетом следующих допущений (рис. 4.7):

- бетон растянутой зоны не работает, и усилия растяжения воспринимаются исключительно арматурой;

- бетон сжатой зоны работает упруго, так что зависимость между напряжениями и деформациями описывается законом Гука;
- справедлива гипотеза плоских сечений — нормальные к продольной оси сечения, которые были плоскими до нагружения, остаются таковыми и после завершения действия нагрузки;
- эпюра напряжений сжатия бетона имеет треугольный вид;
- модуль упругости бетона сжатой зоны считается постоянным, так что согласно (4.4) можно задать постоянное отношение модулей упругости бетона и стали $\alpha = E_s / E_b$.

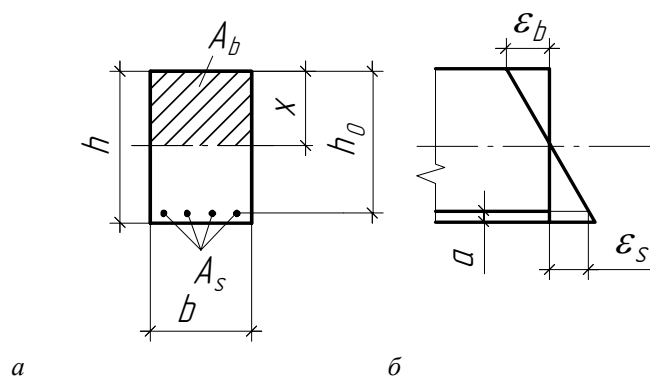


Рис. 4.7

a — армирование сечения; b — эпюра деформаций

Поскольку вследствие наличия сцепления бетон и арматура работают совместно, можно говорить о равенстве их деформаций $\epsilon_b = \epsilon_s$, или $\epsilon_s = \sigma_s / E_s = \epsilon_b = \sigma_b / E_b$. Тогда, с учетом введенного в (4.4) коэффициента приведения α , имеем

$$\sigma_s = E_s \sigma_b / E_b = \alpha \sigma_b. \quad (4.16)$$

Полученное выражение говорит о том, что каждую единицу площади арматуры можно условно приравнять к α единицам площади бетона. Такой искусственный прием позволяет использовать при расчете напряжений методы классической теории сопротивления материалов.

Далее железобетонное сечение заменяется статически эквивалентным приведенным к бетону однородным сечением, в котором вместо площади сечения растянутой арматуры A_s рассматривается площадь сечения бетона αA_s . Площадь приведенного поперечного сечения равна

$$A_{red} = A_b + \alpha A_s = bx + \alpha A_s, \quad (4.17)$$

где $A_b = bx$ — площадь поперечного сечения бетона в сжатой зоне; x — высота сжатой зоны.

Высоту сжатой зоны x можно рассчитать из условия равенства нулю статического момента приведенного сечения относительно нейтральной оси:

$$S_{red} = \frac{1}{2}bx^2 - \alpha A_s(h_0 - x) = 0. \quad (4.18)$$

Момент инерции этого приведенного сечения относительно нейтральной оси при условии пренебрежения моментами инерции арматурных стержней относительно собственной оси равен

$$I_{red} = bx^3/3 + \alpha A_s(h_0 - x)^2. \quad (4.19)$$

Величины напряжений в бетоне и арматуре определяются по известным из теории сопротивления материалов формулам:

$$\sigma_b = \frac{Mx}{I_{red}}; \quad \sigma_s = \frac{M(h_0 - x)}{I_{red}}.$$

Здесь $h_0 = h - a$ — рабочая (полезная) высота сечения; h — полная высота сечения; a — расстояние от центра тяжести сечения растянутой арматуры до ближайшей грани сечения.

Напряжения в бетоне и арматуре ограничиваются допускаемыми напряжениями. Для бетона в качестве допускаемого напряжения принимается значение $\sigma_b = 0,45R$ (где R — кубиковая прочность бетона), а для арматуры — половина предела текучести, $\sigma_s = 0,5\sigma_y$ или $\sigma_s = 0,5\sigma_{0,2}$.

Сравнение результатов расчета по теории допускаемых напряжений с результатами экспериментов показывает, что рассчитанные таким методом напряжения в арматуре больше реально действующих. Это приводит к неоправданному перерасходу металла и, следовательно, завышению стоимости строительного объекта. Напряжения в бетоне, в зависимости от α , могут быть как больше, так и меньше полученных экспериментально.

Такое расхождение можно объяснить двумя причинами: криволинейным характером изменения напряжений в бетоне по высоте поперечного сечения и неприменимостью гипотезы плоских сечений.

Следовательно, рассмотренный метод расчета не позволяет с достаточной степенью точности определить действительные напряжения в бетоне и арматуре, а значит, с его помощью нельзя спроектировать конструкцию с заранее заданными коэффициентом запаса.

4.5. РАСЧЕТ ПО РАЗРУШАЮЩИМ УСИЛИЯМ

Метод расчета по разрушающим усилиям вытекает из рассмотрения третьей стадии напряженно-деформированного состояния при изгибе, которая соответствует этапу разрушения. В его основе лежат следующие допущения:

- бетон не воспринимает растягивающих напряжений;
- расчет бетона ведется по пределу прочности на сжатие при изгибе, а для арматуры — по пределу текучести стали;
- эпюра изменения напряжений сжатия бетона по высоте считается прямоугольной, а не криволинейной, как в действительности (см. п. 4.3, рис. 4.6, б);
- при определении разрушающих усилий в элементах, работающих по первому варианту третьей стадии (которые начинают разрушаться в растянутой зоне), вместо гипотезы плоских сечений принимается принцип пластического деформирования, согласно которому напряжения в бетоне и арматуре достигают предельных значений одновременно.

Расчет по этому методу проводится по следующей схеме. Вначале записывается уравнение равновесия внутренних усилий

$$R_{b,л} A_b = R_s A_s, \quad (4.20)$$

где $R_{b,л} = 1,25R_b$ — предел прочности бетона при изгибе; A_b — площадь сжатой зоны бетона; $R_s = \sigma_{su}$ — предельное сопротивление арматуры растяжению, равное пределу прочности. Из этого уравнения определяется высота зоны сжатия. Для прямоугольного поперечного сечения бетона граничное значение высоты сжатой зоны равно $x = 0,55h_0$.

Затем в соответствии с существующими нормами задается значение коэффициента запаса прочности k , которое в этой постановке считается одинаковым для всего элемента в целом. Допускаемые силовые факторы (момент M_u и сила N_u) вычисляются как

$$M_u = kM; \quad N_u = kN. \quad (4.21)$$

Усилие, действующее в сечении элемента, должно быть не более допускаемого.

Момент, при котором имеет место разрушение, можно определить как сумму моментов всех силовых факторов относительно центра тяжести арматуры, а именно

$$M = R_{b,л} S_b, \quad (4.22)$$

где $S_b = A_b z_b$ — статический момент сжатой зоны бетона относительно оси, проходящей через центр тяжести арматуры; z_b — расстояние от центра тяжести сечения растянутой арматуры до центра тяжести сечения сжатой зоны бетона.

На третьей стадии напряженного состояния разрушение может быть вызвано разрывом проволоки — случай 1, либо разрушением сжатой части бетона — случай 2. Случай 2 характерен для перearмированной железобетонной конструкции, т. е. такой, в которой площадь сечения арматуры больше минимально необходимой.

Границу между случаем 1 и случаем 2 устанавливают на основе опытных данных. При $S_b/S_0 \leq 0,8$ имеет место случай 1, при $S_b/S_0 > 0,8$ — случай 2. Под S_0 понимают статический момент всей рабочей площади сечения бетона относительно оси проходящей через центр тяжести арматуры.

Метод расчета по разрушающим усилиям, учитывающий упругопластические свойства железобетона, более точно отражает фактическую картину напряженного состояния. Однако он также не лишен недостатков, главным из которых является недостаточная информативность и невозможность учета вариации нагрузок и прочностных характеристик материалов при едином коэффициенте запаса прочности. В настоящее время разработан более современный метод расчета конструкций, а именно расчет по предельным состояниям.