



Российские САЕ-системы на службе промышленности²⁰²⁰

**Высокопроизводительные решения
больших задач на основе метода
блочного разложения для центральных
и графических процессоров**

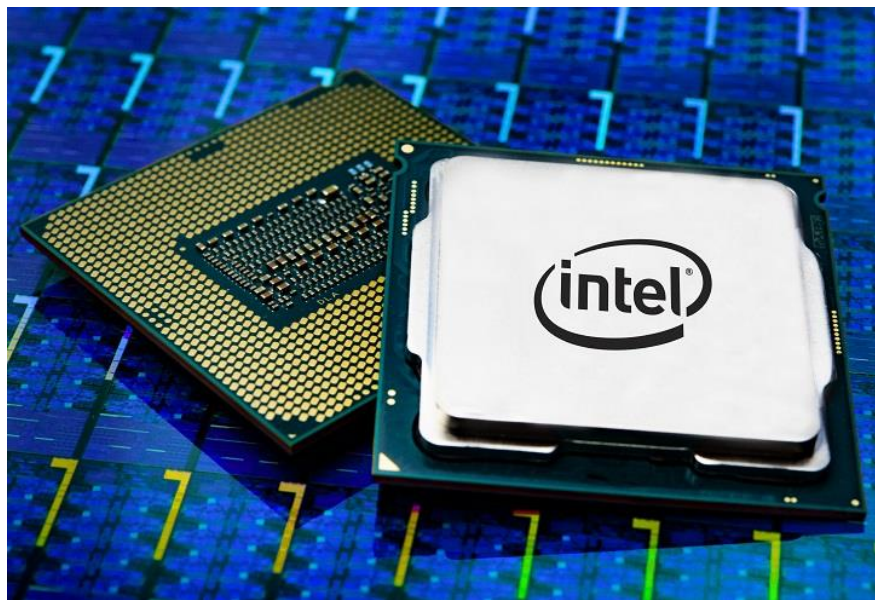
Алексей Лихошерстный



НТЦ «АПМ» - ведущий разработчик ПО для инженерных расчетов



Высокопроизводительные вычисления на различных процессорах



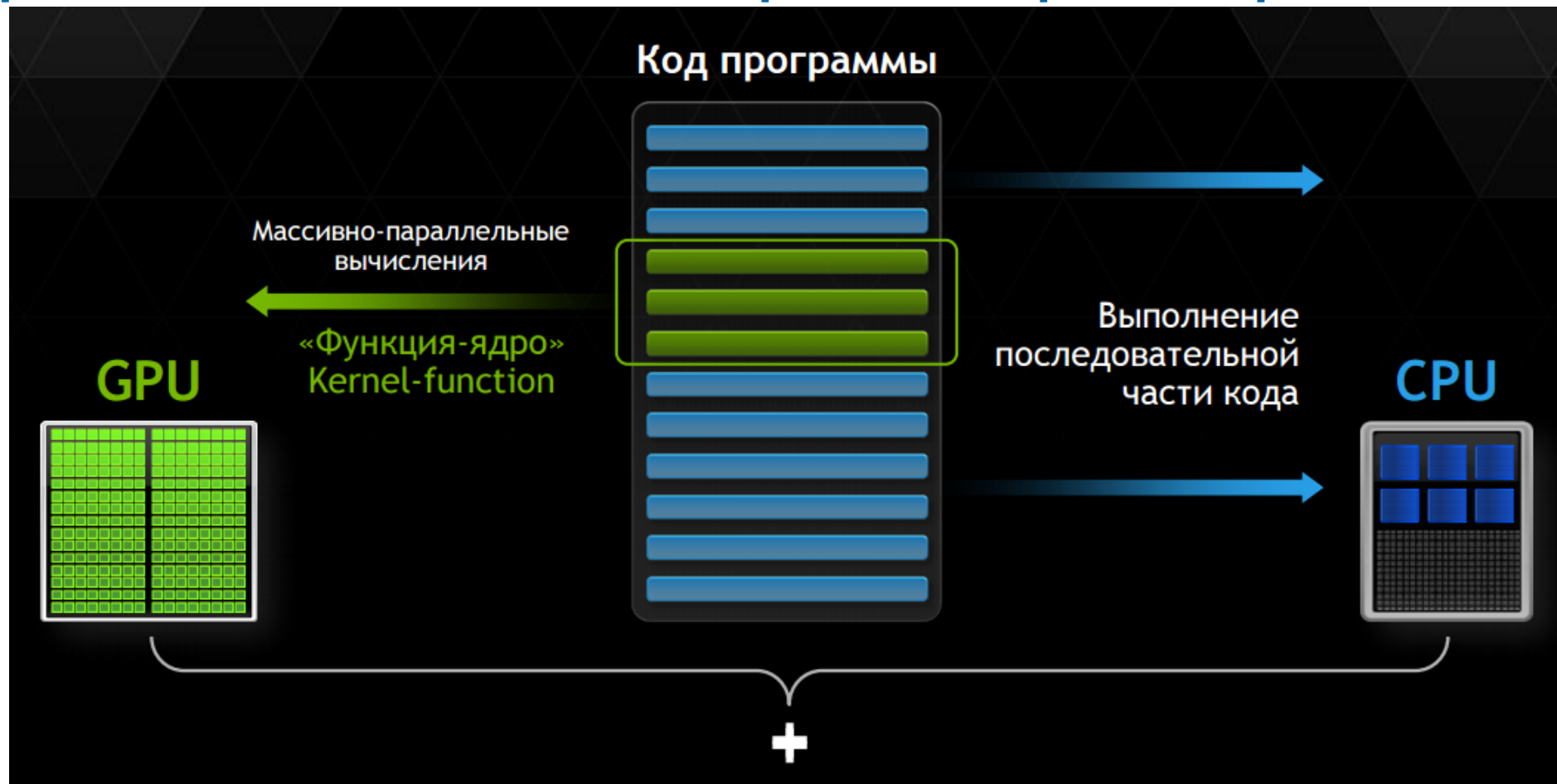
Центральный процессор



Графический процессор



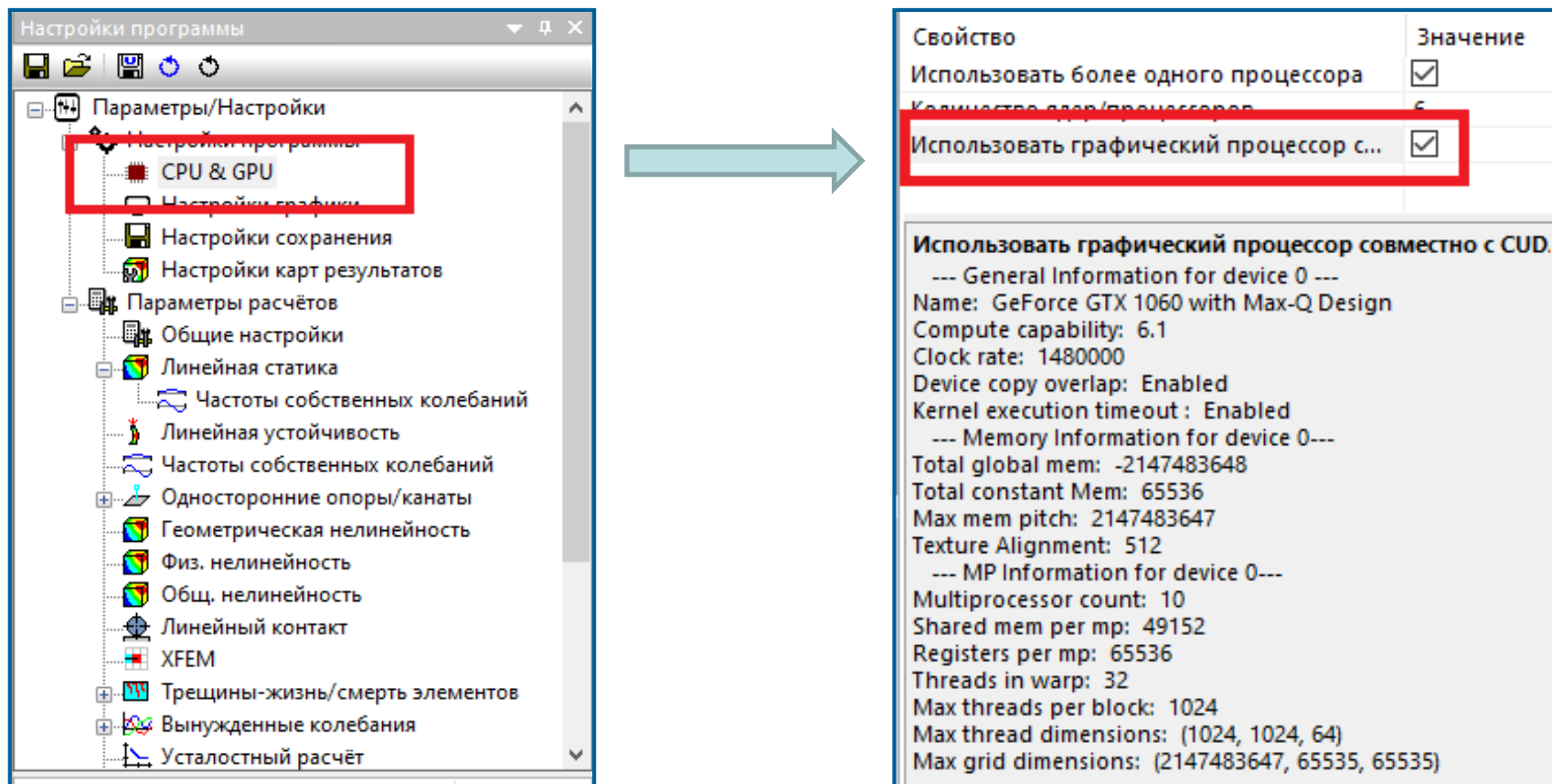
Гибридные вычисления на центральном процессоре и видеокарте



Работает только на видеокартах фирмы NVIDIA, начиная с архитектуры Kepler



Определение доступности вычислений на графическом процессоре



Настройка программы

Параметры/Настройки

- Параметры/Настройки
- CPU & GPU**
- Настройки графики
- Настройки сохранения
- Настройки карт результатов
- Параметры расчётов
- Общие настройки
- Линейная статика
- Частоты собственных колебаний
- Линейная устойчивость
- Частоты собственных колебаний
- Односторонние опоры/канаты
- Геометрическая нелинейность
- Физ. нелинейность
- Общ. нелинейность
- Линейный контакт
- XFEM
- Трещины-жизнь/смерть элементов
- Вынужденные колебания
- Усталостный расчёт

Свойство

Свойство	Значение
Использовать более одного процессора	<input checked="" type="checkbox"/>
Количество ядер/процессоров	6
Использовать графический процессор с...	<input checked="" type="checkbox"/>

Использовать графический процессор совместно с CUDA.

--- General Information for device 0 ---

Name: GeForce GTX 1060 with Max-Q Design
Compute capability: 6.1
Clock rate: 1480000
Device copy overlap: Enabled
Kernel execution timeout: Enabled

--- Memory Information for device 0 ---

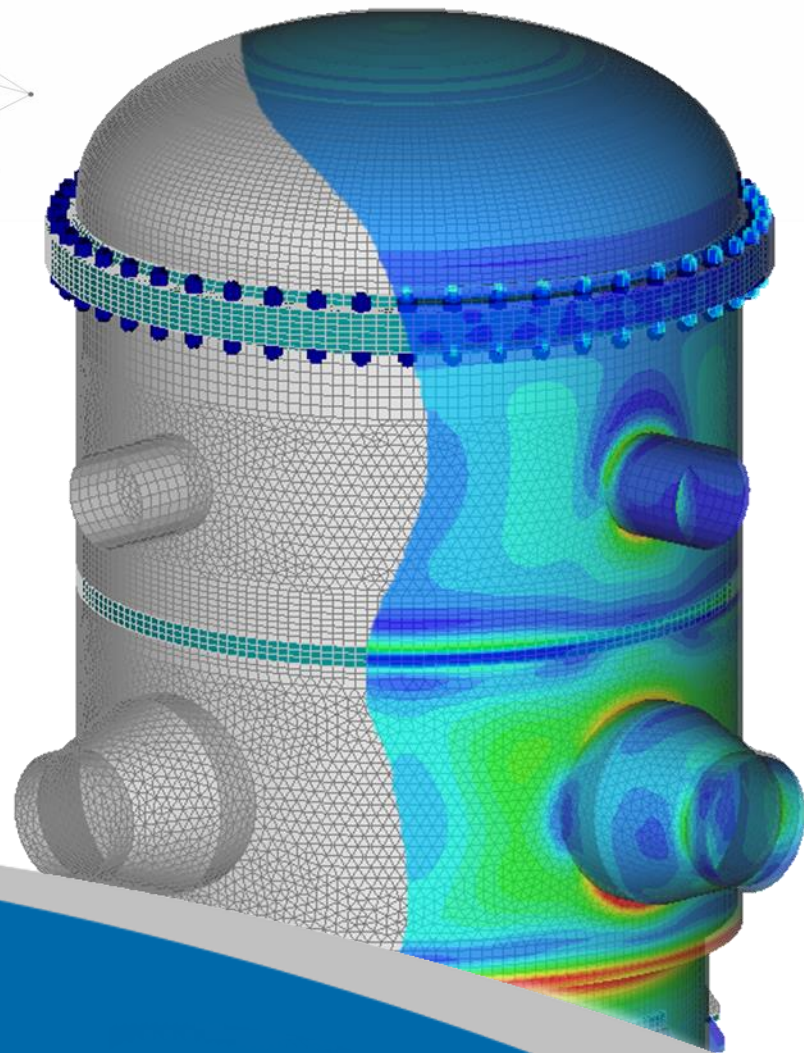
Total global mem: -2147483648
Total constant Mem: 65536
Max mem pitch: 2147483647
Texture Alignment: 512

--- MP Information for device 0 ---

Multiprocessor count: 10
Shared mem per mp: 49152
Registers per mp: 65536
Threads in warp: 32
Max threads per block: 1024
Max thread dimensions: (1024, 1024, 64)
Max grid dimensions: (2147483647, 65535, 65535)

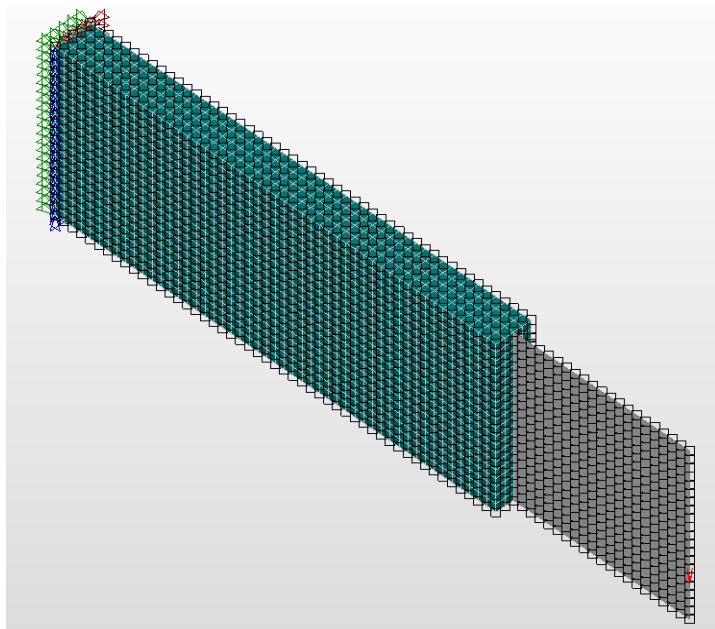


Задачи, решаемые на графическом процессоре

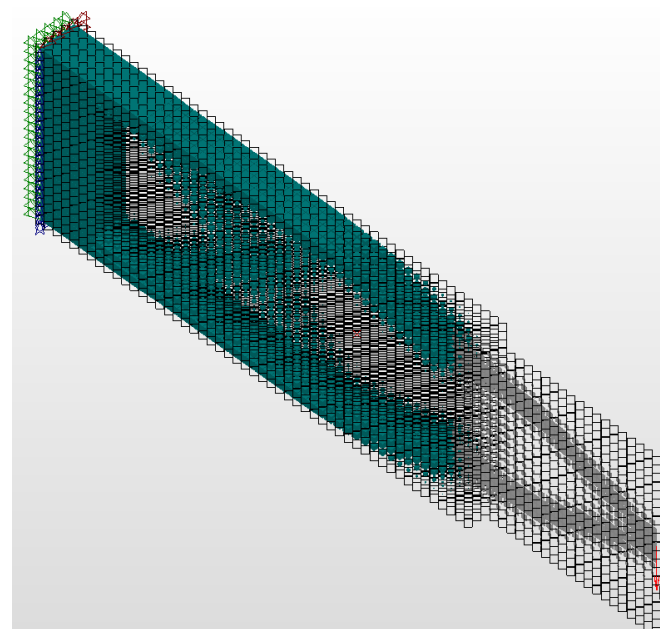




Фильтрация при топологическая оптимизация на графическом процессоре



Исходный материал



Результат



Бинаризация серых изображений при топологической оптимизации

Объемная доля

Диапазон значений объемной доли

Нижняя граница: 0.00001

0.00001 1.0

☒ Изображать элементы в масштабе ОД

Создание сеток

☐ Поверхностная сетка (в новом слое)

☒ Объемная сетка (в новом слое)

Разрешение

Параметр дискретизации: 50

Точнее (долго) Грубее (быстро)

Создать сетки

Операции с элементами

Значение объемной доли: 0.500 Задать

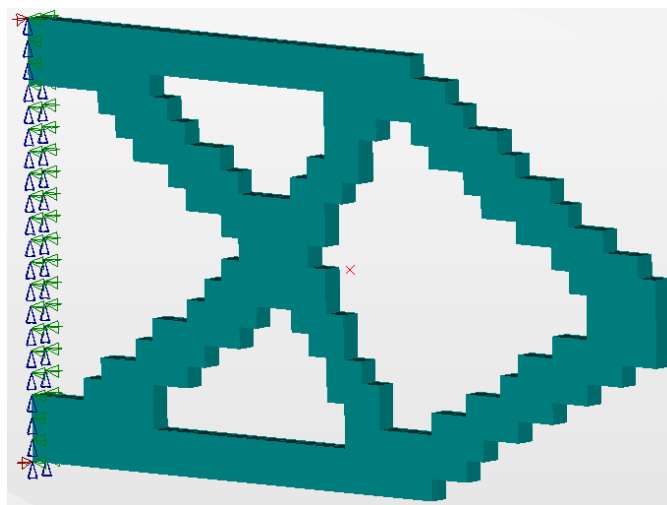
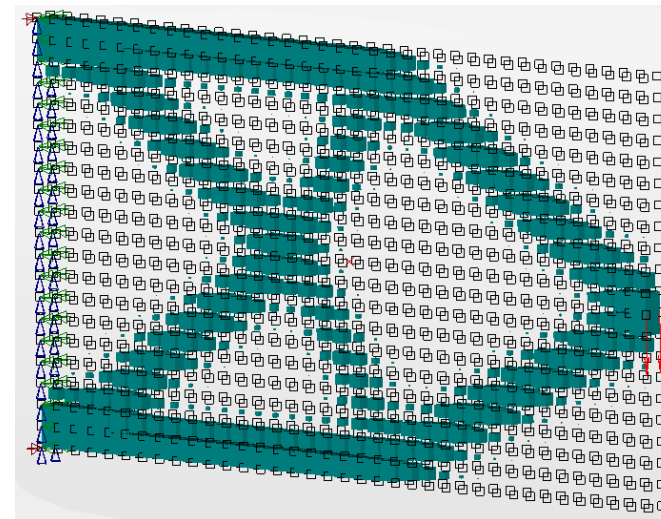
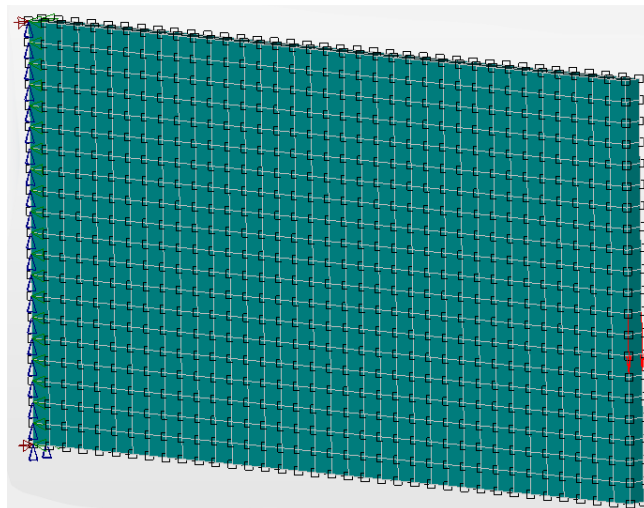
Удаление объемной доли переводит элемент из области проектирования в неизменяемое пространство.

Удалить объемную долю

Удалить не показанные элементы

Бинаризация позволяет получить поле объемной доли без промежуточных ("серых") значений.

Бинаризация

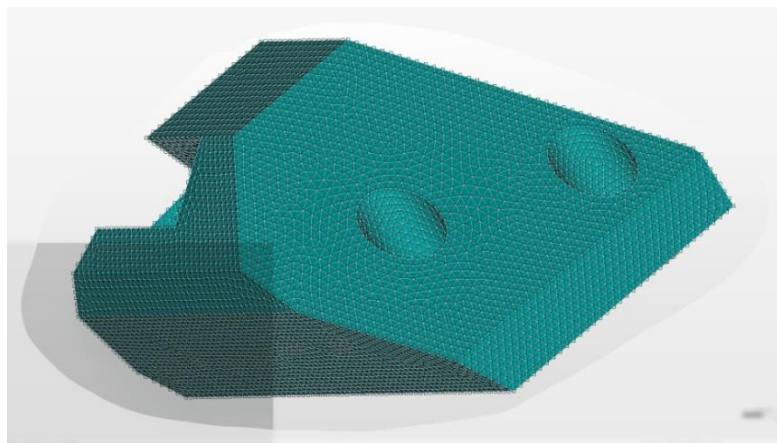
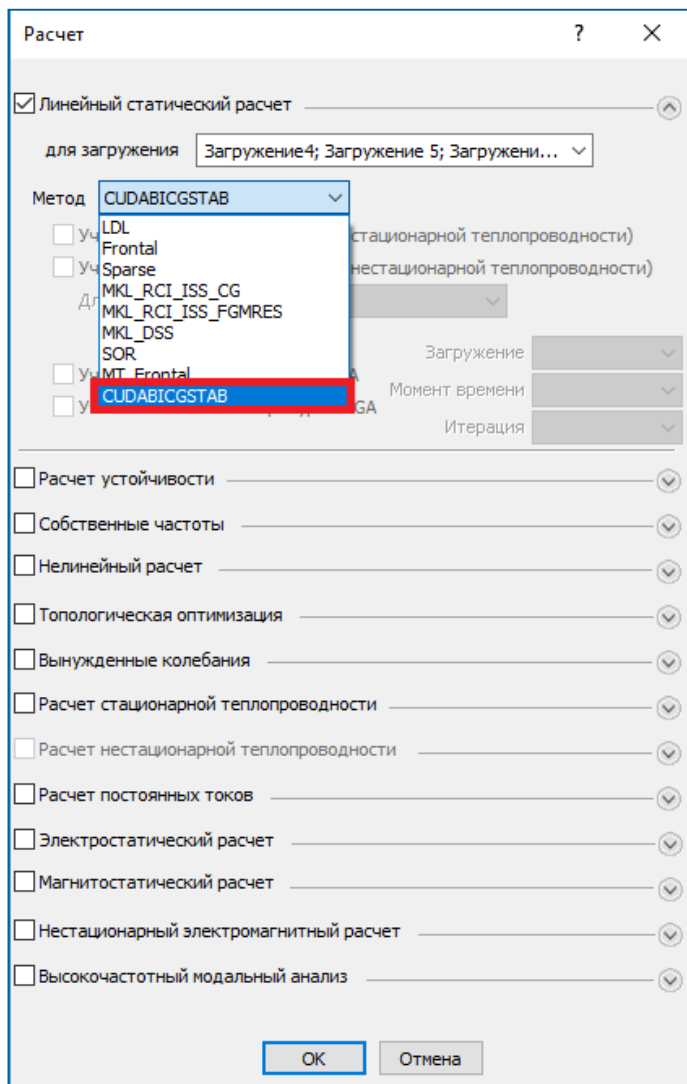


Результат бинаризации

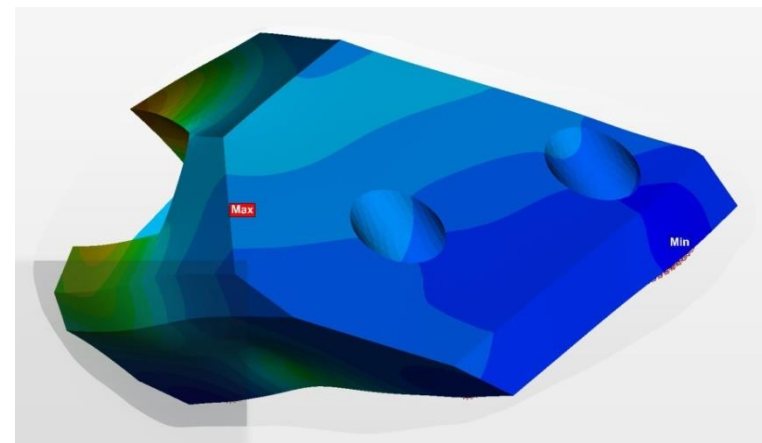


Статический расчет с несколькими нагрузками

$$\begin{matrix} [K] & [X] & = & [F] \\ N \times N & N \times M & & N \times M \end{matrix} \quad (1)$$



Исходный материал



Результат



Расчет собственных частот

Расчет

☒ Линейный статический расчет

для загрузки: силаосевая

Метод: CUDABICGSTAB

☐ Учитывать поле температур (из стационарной теплопроводности)

☐ Учитывать поле температур (из нестационарной теплопроводности)

Для момента времени: 0 - 0

☐ Учитывать поле давлений из FGA

☐ Учитывать поле температур из FGA

Загрузка: ...

Момент времени: ...

Итерация: ...

☐ Расчет устойчивости

☒ Собственные частоты

☐ Учитывать предварительное нагружение

для загрузки: силаосевая

Метод: Итерации подпространств(Sparse)

Количество итераций: ...

☐ Нелинейный расчет

☐ Топологическая оптимизация

☐ Вынужденные колебания

☐ Расчет стационарной теплопроводности

☐ Расчет нестационарной теплопроводности

☐ Расчет постоянных токов

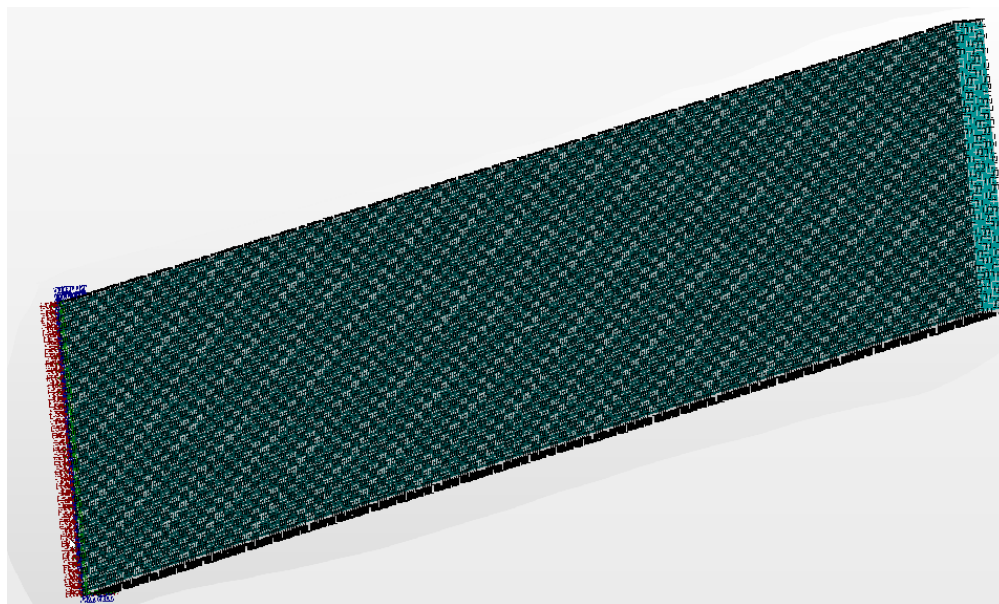
☐ Электростатический расчет

☐ Магнитостатический расчет

☐ Нестационарный электромагнитный расчет

☐ Высокочастотный модальный анализ

OK Отмена



Параметры вывода результатов

Тип расчета: Частоты собственных колебаний

Частота: 1 - 13.9883 Гц

☒ Карта результатов

Тип результатов: ...

☒ Объемные элементы

Положение карты: Изо

Вид карты: ...

Количество изображений: ...

Масштабный коэффициент: ...

☐ Деформированный

☐ Недеформированный

№	Частота, Гц	м.м.Х,%	с.м.м.Х,%	м.м.У,%	с.м.м.У,%
1	13.9883	61.3	61.3	8.55e-23	8.55e-23
2	87.6042	18.9	80.1	1e-22	1.86e-22
3	136.19	9.09e-20	80.1	4.51e-21	4.69e-21
4	245.268	6.51	86.6	1.79e-21	6.48e-21
5	259.448	1.47e-18	86.6	1.52e-19	1.58e-19
6	480.723	3.34	90	1.92e-19	3.5e-19
7	782.526	1.19e-16	90	9.06e-18	9.41e-18
8	794.908	2.03	92	1.12e-15	1.13e-15
9	816.811	1.37e-19	92	1.38e-16	1.27e-16
10	1187.69	1.36	93.4	7.48e-13	7.49e-13
11	1317.99	2.36e-12	93.4	7.14e-12	7.89e-12
12	1658.75	0.977	94.3	3.84e-10	3.92e-10
13	1873.6	6.27e-10	94.3	2.19e-09	2.59e-09
14	2118.18	1.62e-10	94.3	81.1	81.1
15	2150.89	1.64e-09	94.3	2.58e-08	81.1
16	2207.46	0.735	95.1	6.42e-10	81.1
17	2456.43	1.46e-08	95.1	1.46e-08	81.1



Расчет устойчивости

Расчет

☒ **Линейный статический расчет**

для загрузки: **Загрузка 0**

Метод: **CUDABIGSTAB**

☐ Учитывать поле температур (из стационарной теплопроводности)

☐ Учитывать поле температур (из нестационарной теплопроводности)

Для момента времени: **0 - 0**

☐ Учитывать поле давлений из FGA

☐ Учитывать поле температур из FGA

☒ **Расчет устойчивости**

для загрузки: **Загрузка 0**

Метод: **CUDA**

☐ Собственные значения

☐ Нелинейный расчет

☐ Топологическая оптимизация

☐ Вынужденные колебания

☐ Расчет стационарной теплопроводности

☐ Расчет нестационарной теплопроводности

☐ Расчет постоянных токов

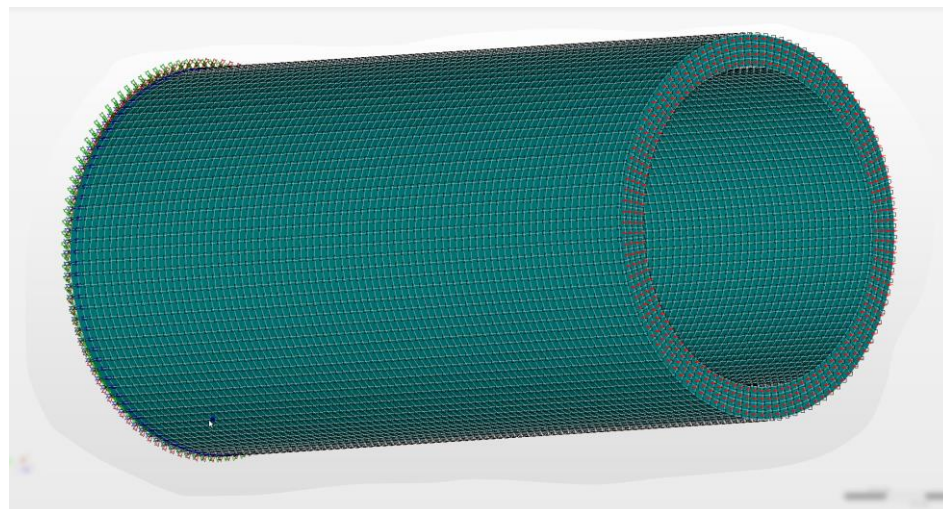
☐ Электростатический расчет

☐ Магнитостатический расчет

☐ Нестационарный электромагнитный расчет

☐ Высокочастотный модальный анализ

OK **Отмена**



Параметры вывода результатов

Тип расчета: **Устойчивость**

Загрузка: **0**

Устойчивость: **1 - 6.27375**

☒ **Карта результатов**

Тип результатов: **Перемещения**

☒ **Объемные элементы** **USUM**

Положение карты: **На деформированной конструкции**

Вид карты: **Изообласти**

Количество изоуровней: **16** ☐ low white

Масштабный коэффициент: **auto** ☒ **авто**

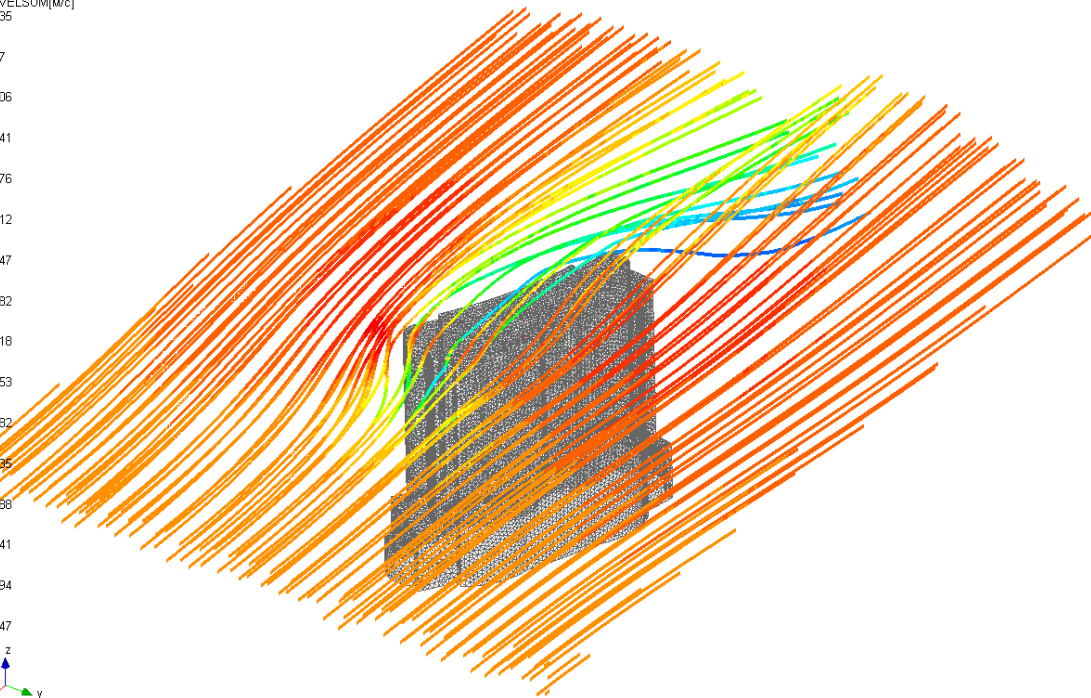
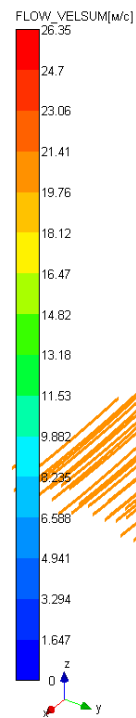
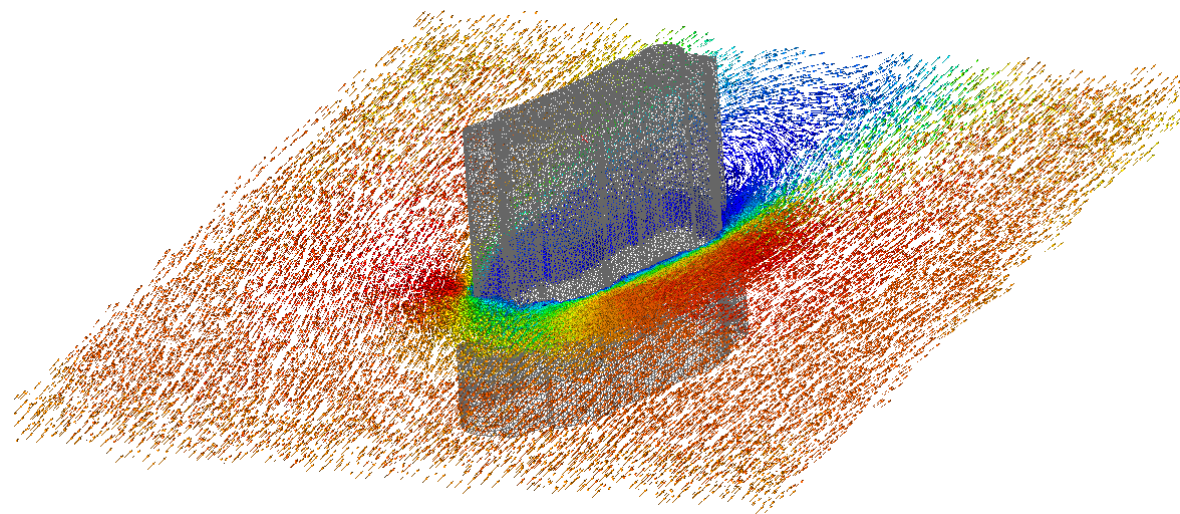
☐ Деформированная конструкция

☐ Недеформированная конструкция

OK **Отмена**

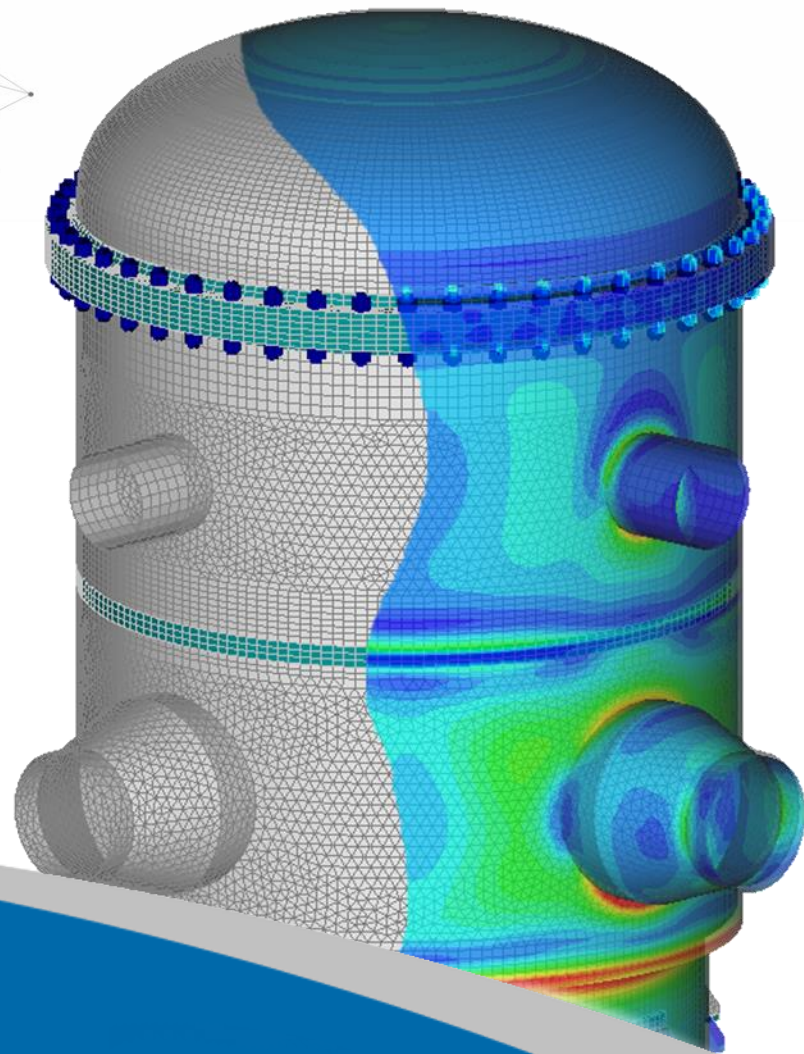


Построение линий тока по векторному полю





Метода блочного разложения





Проблема плохой обусловленности матриц:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 + 1.0001x_2 = 2.0001. \end{cases} \quad (2)$$
$$x = (1,1)$$

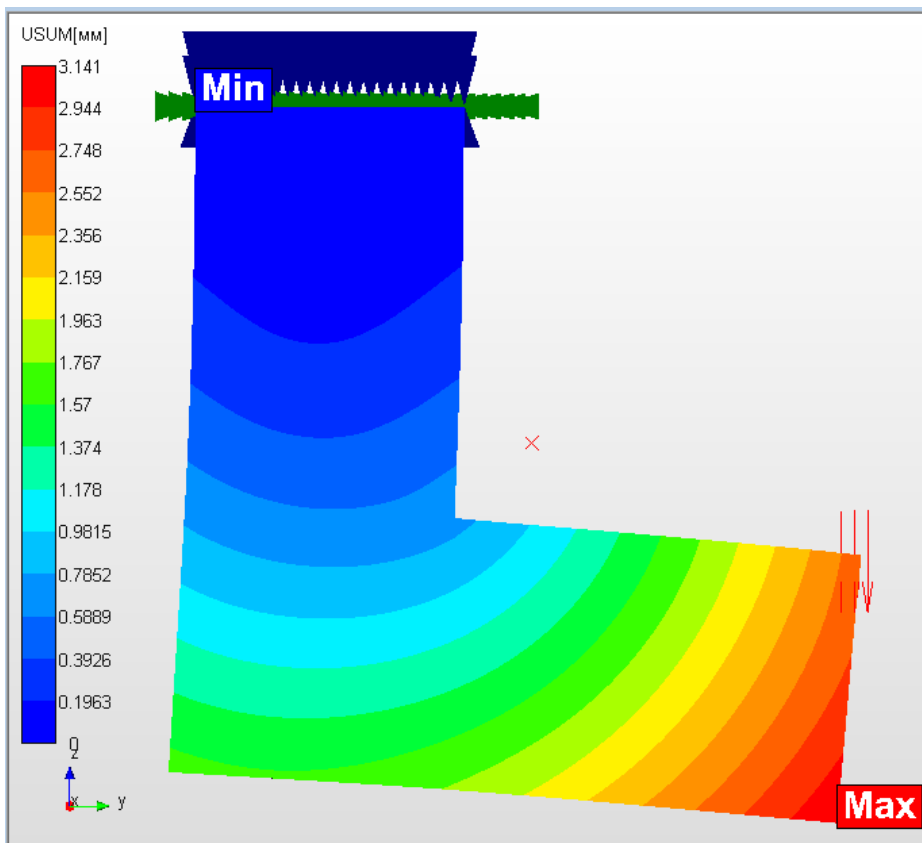
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 + 1.0001x_2 = 2.0002. \end{cases}$$
$$x = (0,2)$$

Недостатки итерационных методов:

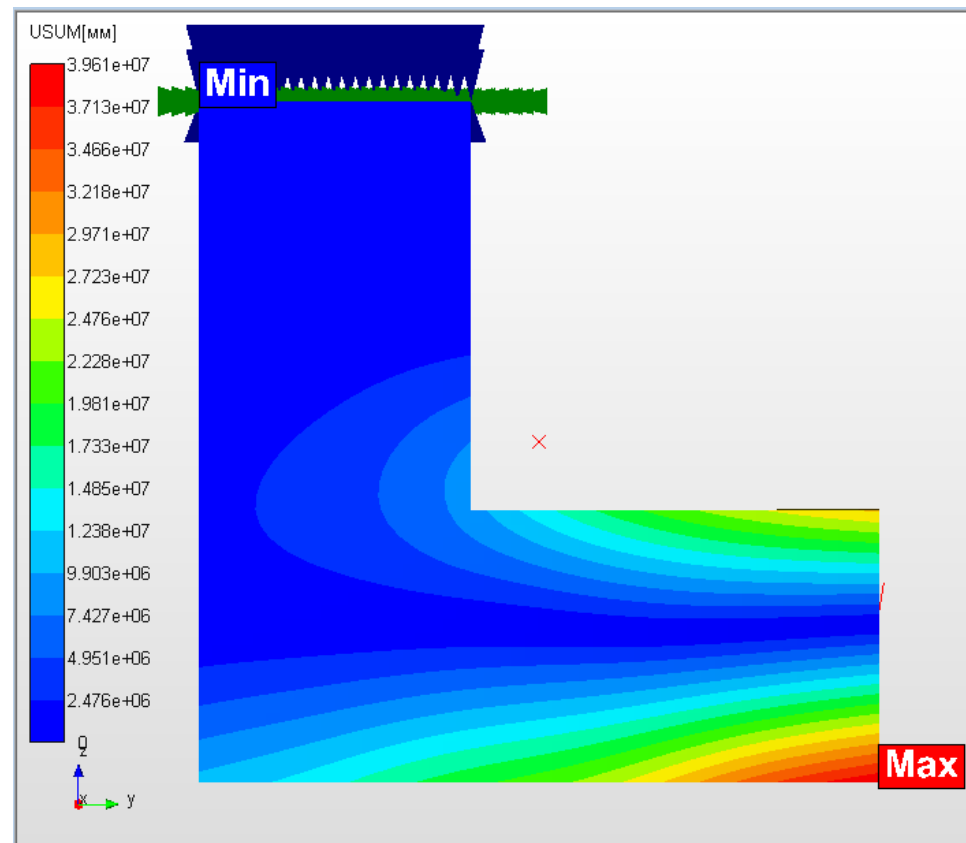
- 1) Нет никакой гарантии сходимости решения;
- 2) Время сходимости решения не предсказуемо и может длиться достаточно долго;
- 3) Многие методы во время вычислений уплотняют разреженную матрицу, что ведет к большому расходу памяти.



Пропуск цели. Ошибка второго рода



Точность решения: 10^{-9}
Количество итераций: 10000

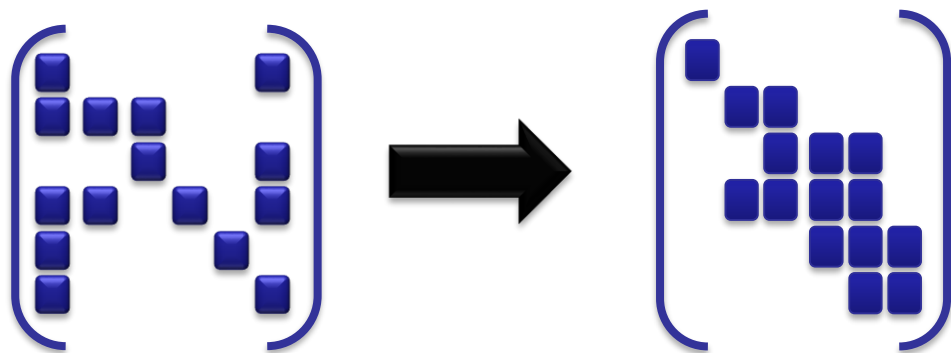


Точность решения: 10^{-15}
Количество итераций: 10000



Исходная задача

На вход подается переупорядоченная методом Катхилла — Макки разреженная матрица . Алгоритм предназначен для уменьшения ширины ленты разреженных симметричных матриц.





Разложение исходной матрицы по блокам

$$\begin{pmatrix} x_1^* \\ \dots \\ x_h^* \end{pmatrix} = A_1^{-1} \begin{pmatrix} f_1 \\ \dots \\ f_h \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} k_{11} \dots k_{1h} \\ \dots \\ k_{h1} \dots k_{hh} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_i^* \\ \dots \\ x_{i+h}^* \end{pmatrix} = A_s^{-1} \begin{pmatrix} f_i \\ \dots \\ f_{i+h} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_{i(i-h-1)} \dots k_{i(i-1)} \\ \dots \\ k_{(i+h)(i-h-1)} \dots k_{(i+h)(i-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i-h-1}^* \\ \dots \\ x_{i-1}^* \end{pmatrix},$$

$$A_s = \begin{pmatrix} k_{i,i} \dots k_{i,(i+N-1)} \\ \dots \\ k_{(i+N-1),i} \dots k_{(i+N-1),(i+N-1)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_{i,(i-N)} \dots k_{i,(i-1)} \\ \dots \\ k_{(i+N-1),(i-N)} \dots k_{(i+N-1),(i-1)} \end{pmatrix} A_{s-1}^{-1} \begin{pmatrix} k_{(i-N),i} \dots k_{(i-N),(i+N-1)} \\ \dots \\ k_{(i-1),i} \dots k_{(i-1),(i+N-1)} \end{pmatrix}$$

(3)

$$\begin{pmatrix} x_i \\ \dots \\ x_{i+h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i^* \\ \dots \\ x_{i+h}^* \end{pmatrix} - A_s^{-1} \begin{pmatrix} k_{i(i+h+1)} \dots k_{i(i+2h)} \\ \dots \\ k_{(i+h)(i+h+1)} \dots k_{(i+h)(i+2h)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i+h+1} \\ \dots \\ x_{i+2h} \end{pmatrix},$$

$$s = \overline{1 \dots n_block}, \quad n_block = \frac{N+h-1}{h}, \quad N - \text{размерность исходной матрицы}$$



Нахождение элементов обратной матрицы с использованием формулы Шермана-Моррисона

$$A^{inv} = E;$$

$$\vec{v} = A_{k,1\dots N};$$

$$v_k = v_k - 1;$$

$$\vec{w} = A_{1\dots k,k}^{inv};$$

$$s = \vec{v} \times \vec{w};$$

$$t = -\frac{1}{s+1};$$

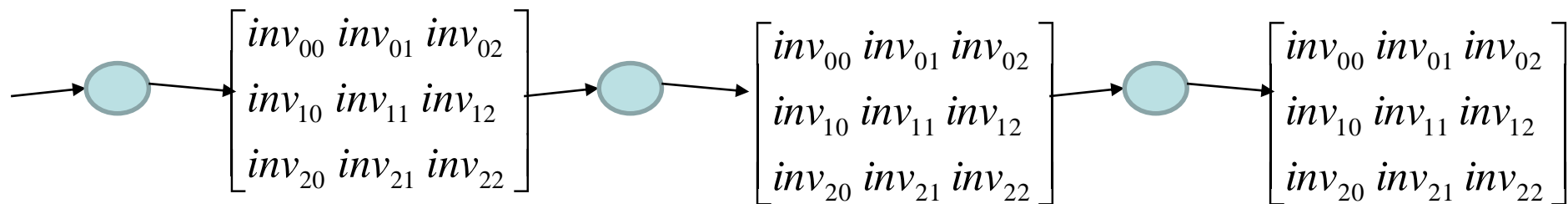
$$\vec{z} = \vec{v} \times A_{1\dots N,i}^{inv};$$

$$A_{1\dots N,i}^{inv} = A_{1\dots N,i}^{inv} + t \times \vec{w} \times \vec{z};$$

(4)



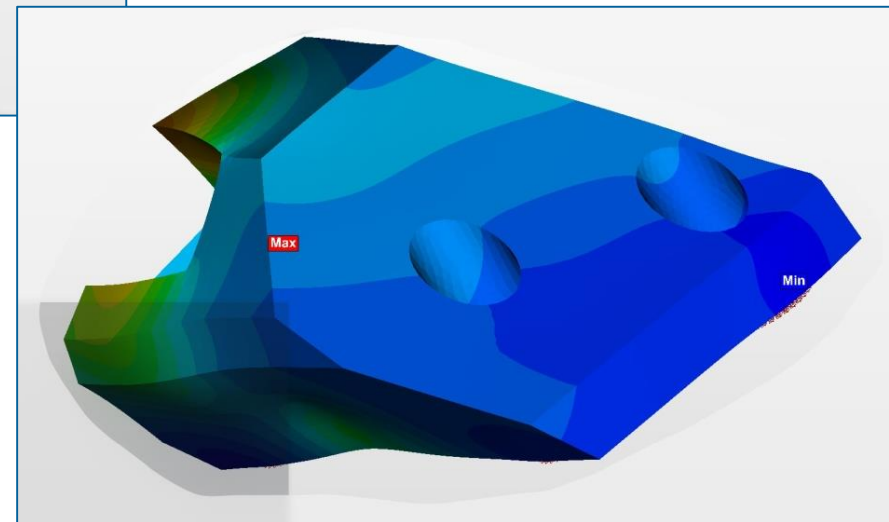
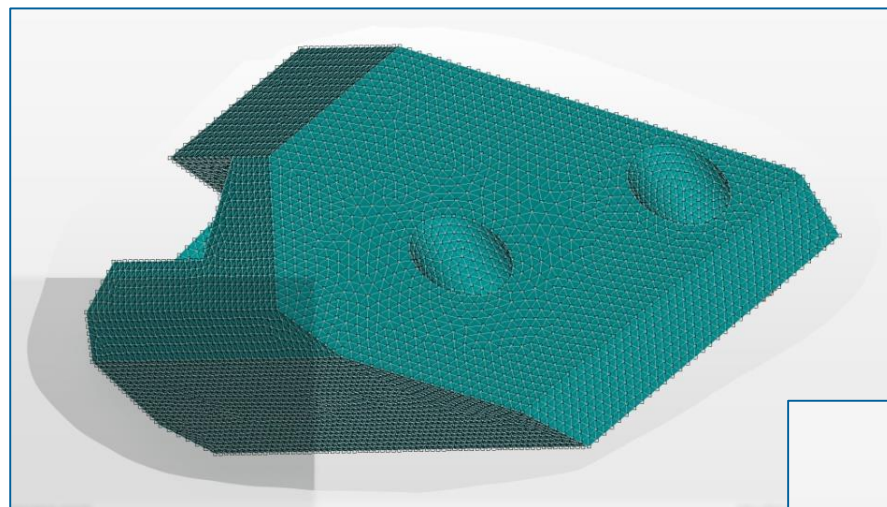
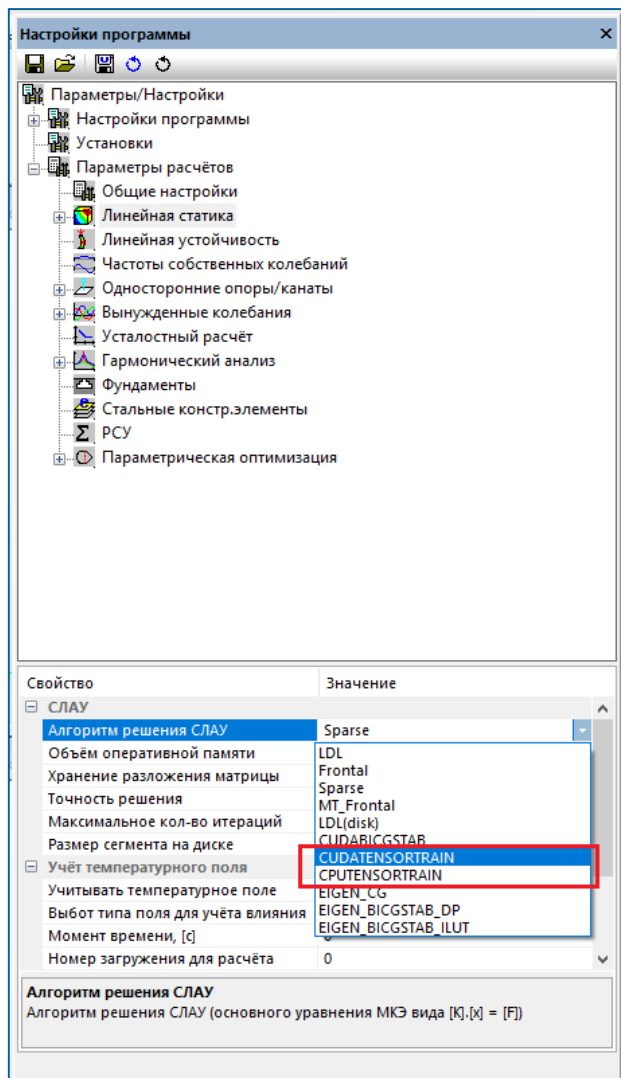
Таким образом последовательно вычисляются блоки обратной матрицы приемлемой размерности:



Размерность подматриц выбирается согласно имеющейся свободной памяти системы.

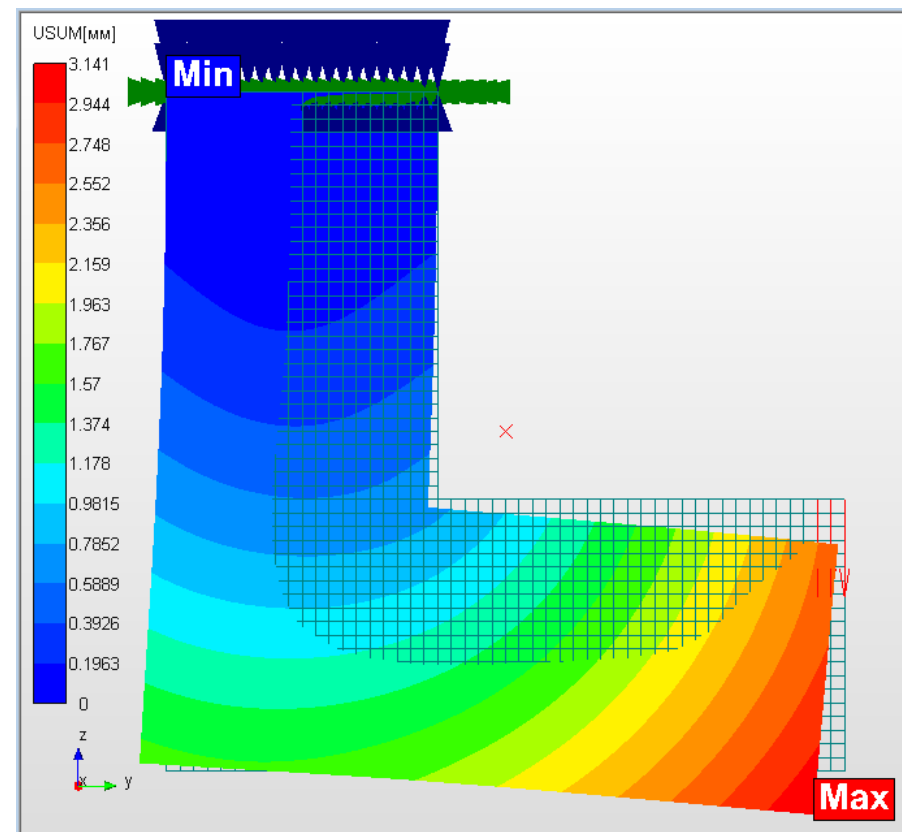
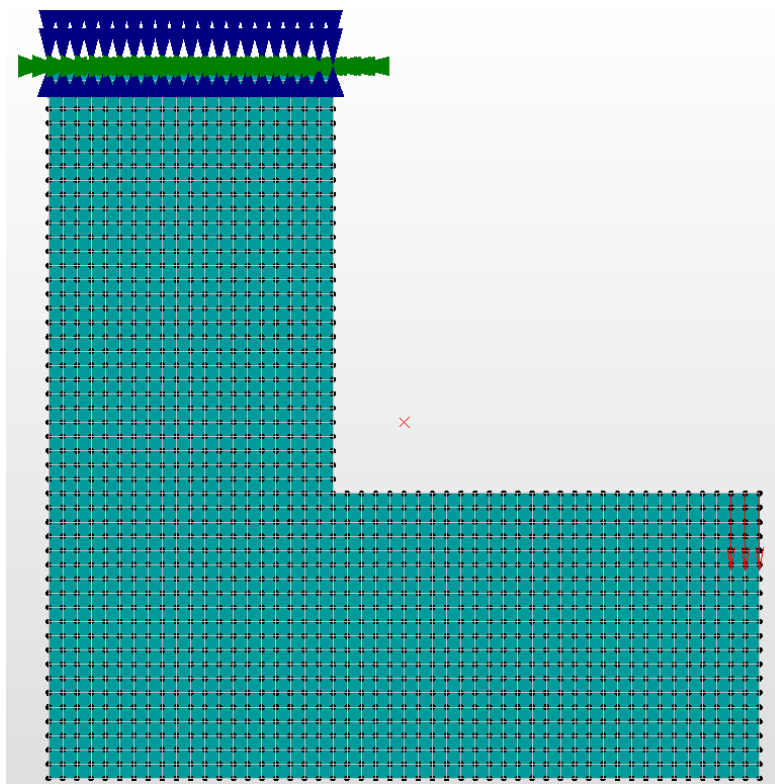
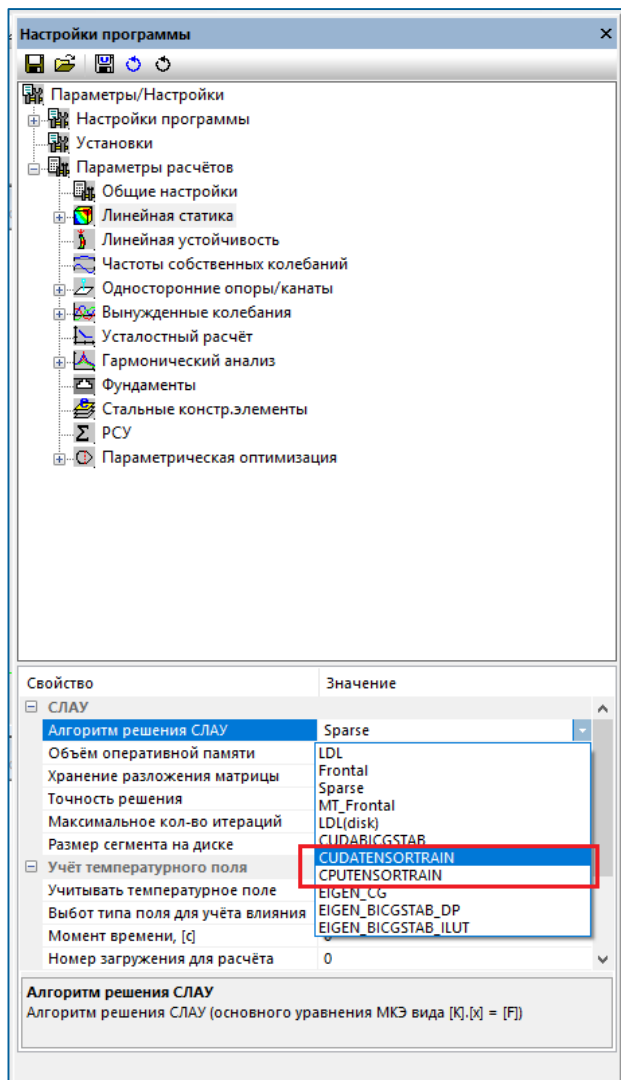


Решатель методом блочного разложения



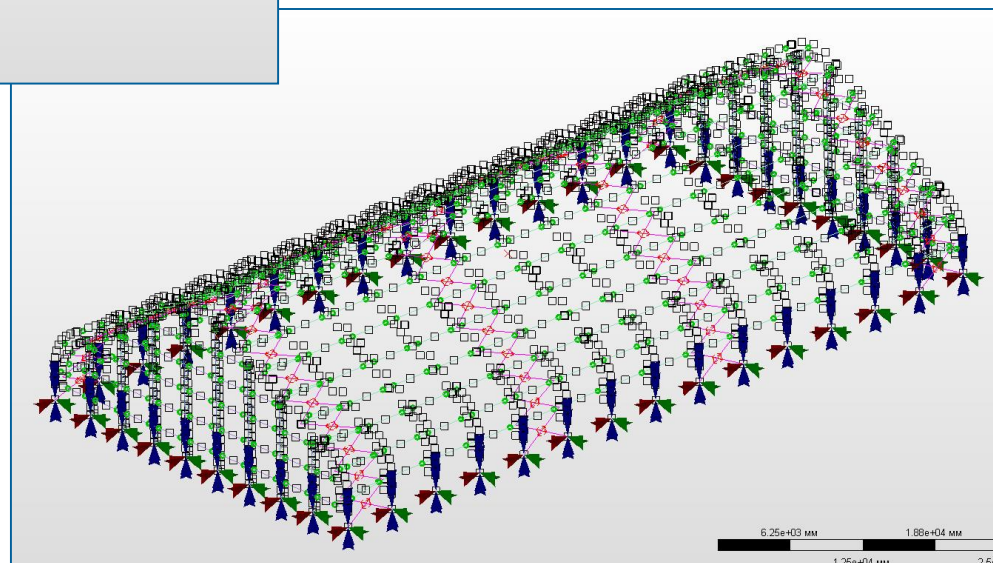
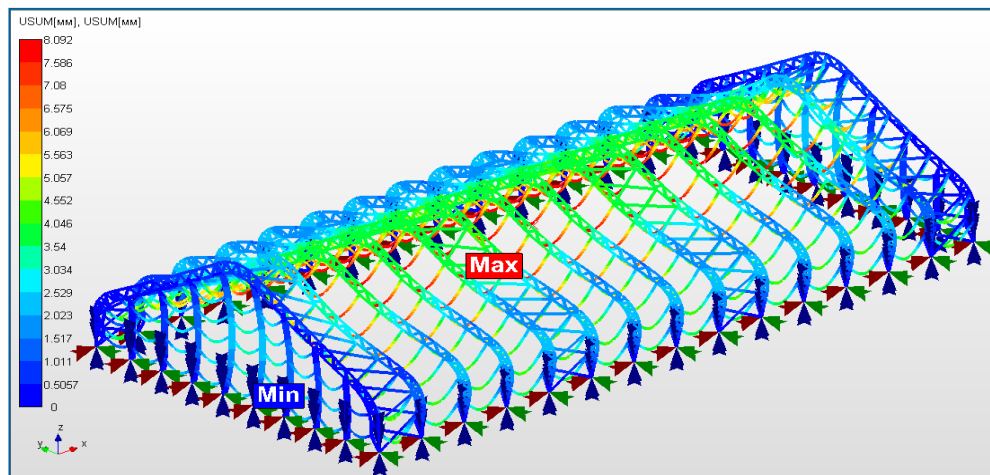
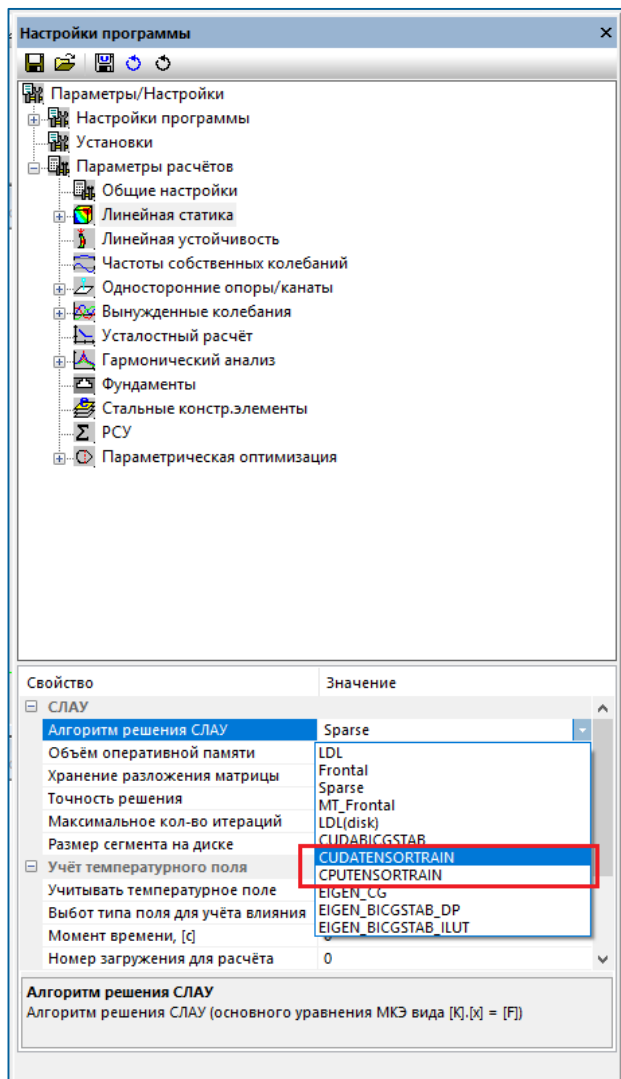


Решатель методом блочного разложения





Решатель методом блочного разложения





Область применения

Задачи, которые поможет решить разработанный метод:

- 1) Статические расчеты;
- 2) Динамические расчеты;
- 3) Расчет собственных частот;
- 4) Расчет устойчивости;
- 5) Нелинейные расчеты;
- 6) Течение жидкости;
- 7) Мультифизические расчеты.



Спасибо за внимание!

**Компания НТЦ «АПМ»
(научно-технический центр)
Московская область, г. Королев
Октябрьский бульвар, д. 14, офис 6
Тел.: (495) 120-58-10
Internet: www.apm.ru
E-mail: com@apm.ru**